۹-۴-۲- تیرهای مرکب محصور شده و پر شده

تیرهای مرکب محصور شده، به مقاطع مرکب تحت خمشی گفته می‌شود که از یک تیر فولادی مدفون شده در بتن سازه‌ای تشکیل شده باشند. به گونه‌ای مشابه، **تیرهای مرکب پرشده** نیز به مقاطعی گفته می‌شود که از یک تیر فولادی با مقطع قوطی شکل، که توسط بتن سازه‌ای پر شده باشد، ساخته شود.

۱- در قسمت تنش مجاز ویرایش سوم مبحث دهم از مقررات ملی ساختمان، هیچ گونه ضوابطی در مورد این گونه مقاطع ذکر نشده است. بنابراین طراحی این مقاطع به روش تنش مجاز، غیر مجاز تلقی می‌شود.

۲- کنترل معیار تغییر شکل مطابق مطالب قسمت ۹-۴-۱-۱۰ می‌باشد.

۹-۴-۲-۱- معیار مقاومت در طراحی تیرهای مرکب محصور شده به روش حدی و مقاومت مجاز

در این قسمت مقاومت خمشی طراحی، $\phi_b M_n$ و مقاومت خمشی مجاز، M_n/Ω_b مطابق با شرایط زیر در نظر گرفته می‌شوند. در این شرایط، از آنجا که محصور شدگی مقطع فولادی در بتن از کمانش‌های جانبی و موضعی جلوگیری می‌کند، محدودیتی برای لاغری عضو مرکب و یا اجزای مقطع فولادی در نظر گرفته نمی‌شود.

$$\phi_b = ۰/۹ \text{ (LRFD)} \qquad \Omega_b = ۱/۶۷ \text{ (ASD)}$$

مقاومت خمشی اسمی، M_n را می‌توان با استفاده از یکی از سه روش زیر تعیین نمود:

الف- در شرایط عدم استفاده از برشگیر، M_n بر اساس اصل روی هم گذاری تنش‌های الاستیک و با در نظر گرفتن شرایط اجرایی سیستم دال و تیر؛ برای حالت حدی تسلیم در تارهای انتهایی مقطع (M_y)، مشابه آنچه در قسمت ۹-۴-۱-۸-الف دیده شد به دست می‌آید.

www.shop.civil808.com

ب- در شرایط عدم استفاده از برشگیر، همچنین می‌توان مقاومت اسمی، M_n را براساس توزیع تنش پلاستیک بر روی مقطع فولادی تنها (M_p - لنگر پلاستیک مقطع فولادی) محاسبه نمود.

پ- در شرایط استفاده از برشگیر و کفایت آرماتورهای مقطع، M_n را می‌توان بر اساس توزیع تنش پلاستیک بر روی مقطع مرکب و یا روش سازگاری کرنش‌ها در حالت غیر الاستیک (M_p - لنگر پلاستیک مقطع مرکب) به دست آورد.

۹-۴-۲-۲- معیار مقاومت در طراحی تیرهای مرکب پرشده به روش حدی و مقاومت مجاز

در این قسمت مقاومت خمشی طراحی، $\phi_b M_n$ و مقاومت خمشی مجاز، M_n/Ω_b مطابق با شرایط زیر در نظر گرفته می‌شوند:

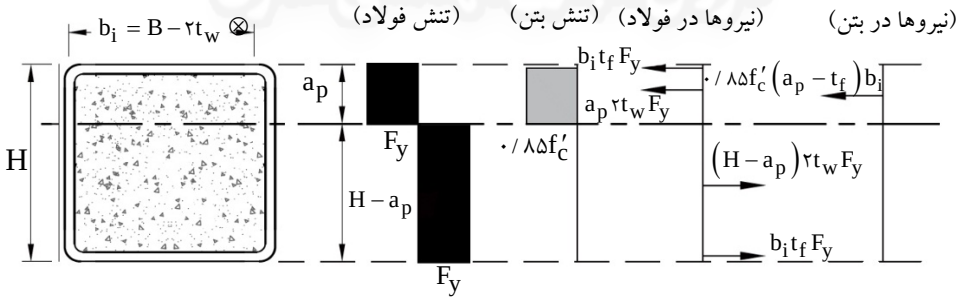
$$\phi_b = ۰/۹ \text{ (LRFD)} \qquad \Omega_b = ۱/۶۷ \text{ (ASD)}$$

مقاومت خمشی اسمی، M_n، مشابه آنچه که در فصل چهارم مورد بررسی قرار گرفت، براساس لاغری اجزای مقطع فولادی و در سه حالت مقطع فشرده، غیر فشرده و لاغر تعیین می‌شود. محدودیت‌های نسبت پهنا به ضخامت (لاغری) نیز مطابق جدول ۱-۶ در نظر گرفته می‌شود.

الف- مقاطع فشرده

در این شرایط، لنگر مقاوم اسمی براساس توزیع تنش پلاستیک در مقطع مرکب (M_p) به دست می‌آید.

$$M_n = M_p \qquad (۹-۶۱)$$



شکل ۹-۱۵- مقطع فشرده- توزیع تنش در مقاطع مستطیلی برای محاسبه M_p

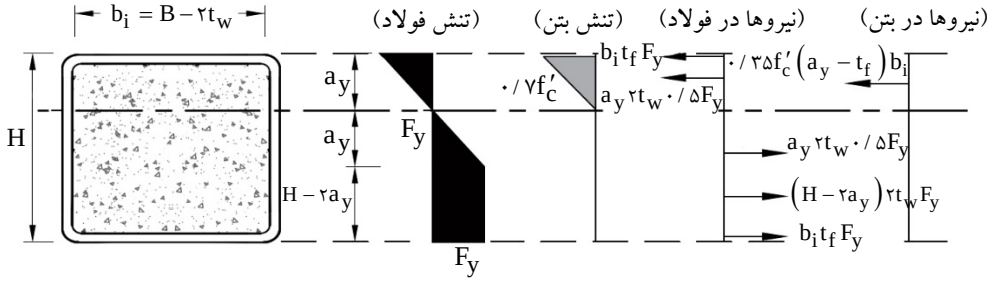
$$a_p = \frac{۲F_y H t_w + ۰/۸۵f'_c b_i t_f}{۴t_w F_y + ۰/۸۵f'_c b_i} \qquad (۹-۶۲)$$

www.shop.civil808.com

ب- مقاطع غیر فشرده

$$M_n = M_p - \left(M_p - M_y\right)\left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right) \qquad (۹-۶۳)$$

در این رابطه، M_y لنگر تسلیم مقطع است که باید براساس توزیع تنش الاستیک بر روی مقطع مرکب و برابر حداکثر تنش فشاری در بتن، برابر $۰/۷f'_c$ و حداکثر تنش در فولاد، برابر F_y محاسبه می‌شود. هر کدام از این دو حالت که زود تر اتفاق بیافتد، مشابه آنچه در قسمت ۹-۴-۱-۸-الف دیده شد معیار محاسبه خواهد بود.



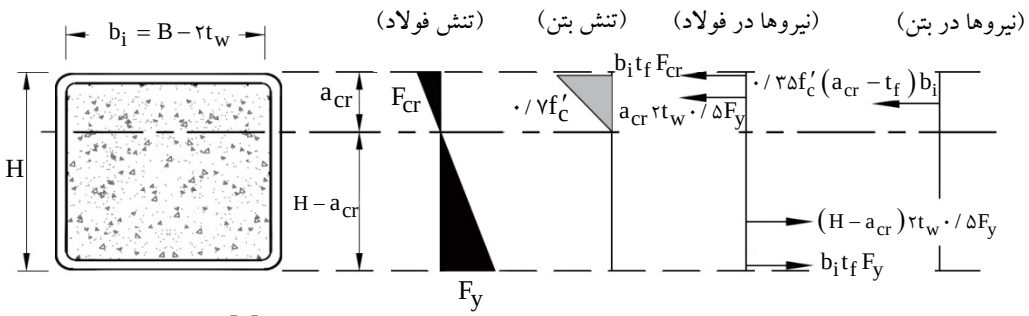
شکل ۹-۱۶- مقطع غیر فشرده- توزیع تنش در مقاطع مستطیلی برای محاسبه M_y

$$a_y = \frac{۲F_y H t_w + ۰/۳۵f'_c b_i t_f}{۴t_w F_y + ۰/۳۵f'_c b_i} \qquad (۹-۶۴)$$

پ- مقاطع لاغر

در اینگونه مقاطع، M_n براساس توزیع تنش الاستیک بر روی مقطع مرکب و براساس حداکثر تنش فشاری در بتن، برابر $۰/۷f'_c$ و حداکثر تنش در فولاد، برابر F_{cr} محاسبه و لنگر بحرانی مقطع (M_{cr}) نامیده میشود.

www.shop.civil808.com



شکل ۹-۱۷- مقطع لاغر- توزیع تنش در مقاطع مستطیلی برای محاسبه M_{cr}

$$a_{cr} = \frac{F_y H t_w + \left(0/35f'_c + F_y - F_{cr}\right) b_i t_f}{t_w \left(F_y + F_{cr}\right) + 0/35f'_c b_i} \qquad (۶۵-۹)$$

F_{cr}، تنش بحرانی حالت کمانش موضعی است که مقدار آن در مقاطع فولادی مستطیلی شکل از رابطه (۹-۶۶) و در مقاطع فولادی دایره‌ای شکل از رابطه (۹-۶۷) به دست می‌آید.

$$F_{cr} = \frac{9E_s}{\left(\frac{b}{t}\right)^2} \qquad (۶۶-۹)$$

$$F_{cr} = \frac{0/72F_y}{\left(\frac{D}{t} \times \frac{F_y}{E_s}\right)^{0/2}} \qquad (۶۷-۹)$$

۹-۴-۲-۳- طراحی برشگیرها به روش حدی و مقاومت مجاز

ضوابط ارائه شده در این قسمت، بر اساس مبحث دهم مقررات ملی ساختمان و AISC 360-10 بوده و برای برشگیرهای واقع شده در **ناحیه انتقال بار (اتصال) در ستون‌ها و تیر-ستون‌های مرکب، تیرهای مرکب محصورشده و پرشده** و **دیوارهای برشی مرکب** قابل استفاده می‌باشند.

گلمیخ‌ها، در تمامی این ضوابط باید محدودیت‌های ابعادی ذکر شده در جدول زیر را رعایت نمایند. در این جدول، h ارتفاع گلمیخ و d قطر آن است.

www.shop.civil808.com

جدول ۹-۴- حداقل نسبت ارتفاع به قطر گلمیخ در شرایط مختلف

نوع بار وارد بر گلمیخ	بتن با وزن مخصوص معمولی	بتن سبک
برش	$h/d \geq ۵$	$h/d \geq ۷$
کشش	$h/d \geq ۸$	$h/d \geq ۱۰$
برش و کشش به صورت همزمان	$h/d \geq ۸$	کاربرد ندارد

الف – مقاومت برشی گلمیخ‌ها

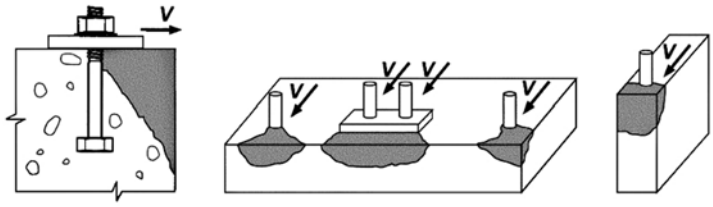
در مواردی که **ترکیدگی بتن** (Concrete Breakout) در برش به عنوان یک حالت حدی محسوب نشود، مقاومت برشی طراحی، $\phi_v Q_{nv}$ و مقاومت برشی مجاز، Q_{nv}/Ω_v هر یک از گلمیخ‌ها به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\phi_v = ۰/۶۵ \text{ (LRFD)} \qquad \Omega_v = ۲/۳۱ \text{ (ASD)}$$

$$Q_{nv} = F_u A_{sa} \qquad (۶۸-۹)$$

A_{sa}: سطح مقطع گلمیخ

F_u: تنش نهایی کششی حداقل مصالح گلمیخ



شکل ۹-۱۸- ترکیدگی بتن

در مواردی هم که ترکیدگی بتن در برش به عنوان یک حالت حدی محسوب می‌شود، می‌توان از آیین‌نامه‌های معتبر، از جمله پیوست D از ACI 318-08 استفاده نمود و یا براساس متن AISC 360-10، در صورتی که در هر دو سمت سطح ترکیدگی بتن، آرماتورهای مهاری وجود داشته باشد، مقاومت برشی اسمی هر یک از گلمیخ‌ها (Q_{nv}) را می‌توان کمترین دو مقدار محاسبه شده از رابطه (۹-۶۸) و مقاومت اسمی آرماتورهای مهاری در نظر گرفت.

ب – مقاومت کششی گلمیخ‌ها

در مواردی که فاصله آزاد مرکز گلمیخ تا لبه آزاد بتن در امتداد عمود بر ارتفاع گلمیخ بیشتر از ۱/۵ برابر

www.shop.civil808.com

ارتفاع گلمیخ و فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها بزرگتر یا مساوی ۳ برابر ارتفاع گلمیخ باشد، مقاومت کششی طراحی، $\phi_t Q_{nt}$ و مقاومت کششی مجاز، Q_{nt}/Ω_t هر یک از گلمیخ‌ها به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$\phi_t = ۰/۷۵$ (LRFD) $\qquad \Omega_t = ۲/۰۰$ (ASD)

$$Q_{nt} = F_u A_{sa} \qquad (۶۹-۹)$$

در مواردی هم که فاصله آزاد مرکز گلمیخ تا لبه آزاد بتن در امتداد عمود بر ارتفاع گلمیخ کمتر از ۱/۵ برابر ارتفاع گلمیخ و یا فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها کوچکتر از ۳ برابر ارتفاع گلمیخ باشد، می‌توان از آیین‌نامه‌های معتبر، از جمله مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و یا پیوست D از ACI 318-08 استفاده نمود و یا براساس متن AISC 360-10، در صورتی که در هر دو سمت سطح ترکیدگی بتن، آرماتورهای مهاری وجود داشته باشد، مقاومت کششی اسمی هر یک از گلمیخ‌ها (Q_{nt}) را می‌توان کمترین دو مقدار محاسبه شده از رابطه (۹-۶۹) و مقاومت اسمی آرماتورهای مهاری در نظر گرفت.

پ – مقاومت گلمیخ‌ها، تحت اثر همزمان برش و کشش

در مواردی که ترکیدگی بتن در برش به عنوان یک حالت حدی محسوب نشود و همچنین فاصله آزاد مرکز گلمیخ تا لبه آزاد بتن در امتداد عمود بر ارتفاع گلمیخ بیشتر از ۱/۵ برابر ارتفاع گلمیخ و فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها بزرگتر یا مساوی ۳ برابر ارتفاع گلمیخ باشد، اندرکنش برش و کشش به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود و در غیر این صورت نیز، مطابق آنچه که در قسمت‌های الف و ب بیان شد، عمل می‌شود.

$$\left[\left(\frac{Q_{rv}}{Q_{cv}}\right)^{\frac{۵}{۳}} + \left(\frac{Q_{rt}}{Q_{ct}}\right)^{\frac{۵}{۳}} + \right] \le ۱/۰ \qquad (۷۰-۹)$$

در این روابط:

Q_{rv} و Q_{rt}: مقاومت برشی و کششی مورد نیاز گلمیخ که بسته به روش طراحی، براساس ترکیب بارهای ضریب دار یا بدون ضریب و از تحلیل سازه به دست می‌آیند.

Q_{cv}: مقاومت برشی موجود که بسته به روش طراحی، به صورت $\phi_v Q_{nv}$ یا Q_{nv}/Ω_v درنظر گرفته می‌شود.

Q_{ct}: مقاومت برشی موجود که بسته به روش طراحی، به صورت $\phi_t Q_{nt}$ یا Q_{nt}/Ω_t درنظر گرفته می‌شود.

www.shop.civil808.com

ت – مقاومت برشی برشگیرهای از نوع ناودانی

مقاومت برشی طراحی، $\phi_v Q_{nv}$ و مقاومت برشی مجاز، Q_{nv}/Ω_v هر یک از ناودانی‌های برشگیر، با استفاده از ضوابط ارائه شده در قسمت الف و با انجام اصلاح زیر تعیین می‌شود.

$\phi_v = ۰/۷۵$ (LRFD) $\Omega_v = ۲/۰۰$ (ASD)

ث- جزئیات طراحی، محدودیت‌ها و ضوابط تکمیلی

۱- برشگیرها باید حداقل ۲۵^{mm} پوشش جانبی از بتن داشته باشند

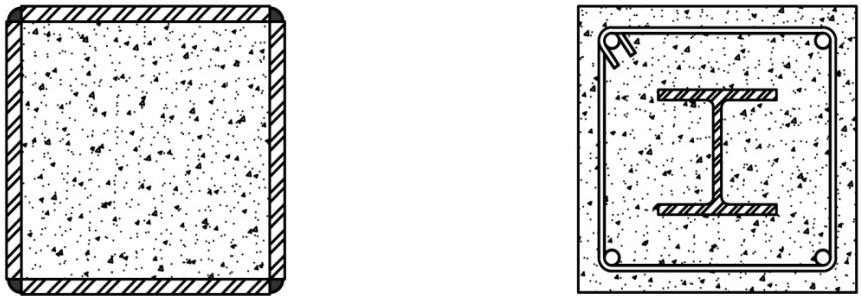
۲- حداقل فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها در هر امتداد، ۴ برابر قطر گلمیخ می‌باشد.

۳- حداکثر فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها، ۳۲ برابر قطر گلمیخ می‌باشد.

۴- حداکثر فاصله مرکز تا مرکز ناودانی‌های برشگیر، ۵۰۰^{mm} می‌باشد.

۹-۵- مقاطع مرکب محصور شده و پر شده تحت اثر فشار خالص

مقاطع مرکب تحت اثر فشار خالص و یا همان ستون‌های مرکبی که در این قسمت به آن‌ها پرداخته می‌شود، مقاطعی هستند که از یک مقطع فولادی نورد شده و یا دست ساز که در داخل بتن سازه‌ای مدفون شده و یا با آن پر شده است تشکیل شده باشند و بر این اساس دو گونه‌ی **ستون‌های مرکب محصور شده** و **ستون‌های مرکب پر شده** تعریف می‌شود.



(مقطع مرکب محصور شده) (مقطع مرکب پر شده)

شکل ۹-۱۹- نمونه‌ای از مقاطع مرکب محصور شده و پر شده

در قسمت تنش مجاز ویرایش سوم مبحث دهم در مورد طراحی این گونه مقاطع، ضوابط مستقلی ارائه نشده بود و این مبحث ذکر می‌نمود؛ "طراحی اعضای محوری مرکب به روش تنش‌های مجاز را می‌توان بر مبنای ضوابط بخش طراحی حدی مبحث دهم، با فرض ترکیب بارهای بدون ضریب و محاسبه‌ی مقاومت

www.shop.civil808.com

مجاز با استفاده از ضرایب کاهش مقاومت و روابط معرفی شده طراحی نمود، مشروط بر اینکه کلیه‌ی ضرایب کاهش مقاومت (ϕ) معرفی شده در ضریب ۰/۶۷ ضرب گردد."

۹-۵-۱- انتقال بار بین بتن و فولاد و مکانیزم‌های آن

الف- برش انتقالی بین بتن و فولاد براثر بار خارجی اعمال شده به مقطع

نیروی برشی اعمال شده به ستون به نسبت مقاوت تسلیم مقطع فولادی تنها ($A_s F_y$) به مقاومت فشاری اسمی مقطع مرکب (P_{no}) بین بتن و فولاد تقسیم می‌شود. بر این اساس و با توجه به این که بار خارجی چگونه به مقطع مرکب اعمال می‌شود، یکی از سه حالت زیر پدید می‌آید:

الف-۱- در صورتی که بار خارجی (P_r) مستقیماً به مقطع فولادی اعمال شود، این مقطع، قسمتی از بار وارده را که برابر $P_r\left(A_s F_y / P_{no}\right)$ می‌باشد تحمل کرده و مابقی را توسط یکی از مکانیزم‌های انتقال بار به بتن انتقال می‌دهد. بنابراین برش انتقالی بین بتن و فولاد، که باید توسط یکی از این مکانیزم‌ها تحمل شود، برابر خواهد بود با:

$$V_r' = P_r\left(۱ - A_s F_y / P_{no}\right) \qquad (۷۱-۹)$$

P_{no}: مقاومت فشاری اسمی مقطع مرکب، بدون توجه به آثار کمانشی کلی ستون

الف-۲- به گونه‌ای مشابه اگر بارهای خارجی مستقیماً به قسمت بتنی مقطع مرکب وارد شود، قسمتی از بارهای وارده که در رابطه‌ی (۹-۷۱) نشان داده شد توسط بتن تحمل شده و مابقی به هسته‌ی فولادی منتقل می‌شود. بنابراین برش انتقالی بین بتن و فولاد در این حالت برابر خواهد بود با:

$$V_r' = P_r\left(A_s F_y / P_{no}\right) \qquad (۷۲-۹)$$

الف-۳- در صورتی که بار خارجی به صورت همزمان به قسمت بتنی و فولادی مقطع مرکب اعمال شود، برش انتقالی، V_r' با نوشتن معادلات تعادل تعیین خواهد شد.

ب- مکانیزم‌های انتقال بار بین بتن و فولاد

انتقال بار از مقطع فولادی به بتن یا بالعکس، ممکن است به صورت **اتکای مستقیم**، **اتصالات برشگیر** و یا **چسبندگی مستقیم بین بتن و فولاد** انجام شود که معیار مقاومت در هر کدام از این مکانیزم‌ها در ادامه بررسی خواهد شد. در انتخاب این مکانیزم‌ها، استفاده از مکانیزمی که بیشترین مقاومت اسمی را ایجاد کند مجاز است ولی در این راستا نباید از جمع آثار دو یا چند مکانیزم استفاده نمود. رابطه عمومی طراحی در تمامی این مکانیزم‌ها به صورت ($R_r \le R_c$) می‌باشد.

www.shop.civil808.com

ب-۱- اتکای مستقیم: زمانی که بار خارجی از طریق اتکای مستقیم به مقطع مرکب اعمال می‌شود، مقاومت اتکایی طراحی، $\phi_B R_n$ و مقاومت اتکایی مجاز، R_n/Ω_B بتن براساس حالت حدی خردشدگی بتن به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\phi_B = ۰/۶۵ \text{ (LRFD)} \qquad \Omega_t = ۲/۳۱ \text{ (ASD)}$$

$$R_n = ۱/۷ f'_c A_۱ \qquad (۷۳-۹)$$

$A_۱$: سطح بارگذاری شده بتن

ب-۲- اتصالات برشگیر: در صورتی که برش V'_r، با تعبیه برشگیرهای از نوع گلمیخ و یا ناودانی انتقال یابد، مقاومت موجود به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$R_c = \sum Q_{cv} \qquad (۷۴-۹)$$

این رابطه را با فرض استفاده از برشگیرهای یکسان در طول انتقال بار می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$R_c = NQ_{cv} \qquad (۷۵-۹)$$

در این رابطه:

N: تعداد برشگیرهای موجود در طول انتقال بار

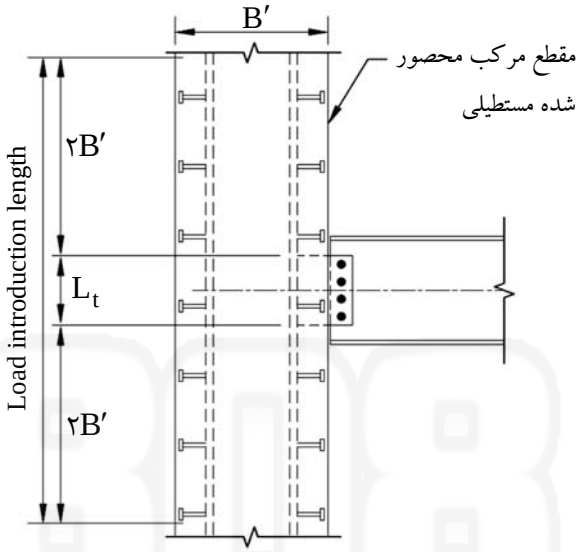
Q_{cv}: مقاومت برشی موجود که بسته به روش طراحی، به صورت $\phi_v Q_{nv}$ یا Q_{nv}/Ω_v و با استفاده از روابط قسمت ۹-۴-۲-۳-الف تعیین می‌شود.

برای جلوگیری از افزایش بیش از حد تنش در فولاد یا بتن در نواحی اطراف اتصال تیرها به ستون‌های مرکب، برش منتقل شده از تیر، باید در ناحیه‌ای به طول L_i (Load introduction length) تحمل شود. از این رو، برشگیرهای استفاده شده برای انتقال V'_r باید در همین طول پخش شوند. در مواقعی که با توجه به ضوابط اجرایی (که در قسمت ۹-۴-۲-۳-ث ذکر شد)، پخش برشگیرها در طول L_i امکان پذیر نباشد، طراح باید مقطع ستون را در اضافه طول مورد نیاز برای انتقال برش به صورت غیر مرکب فرض نماید. طول L_i، حداکثر باید به اندازه طول ناحیه انتقال بار (L_t) به علاوه دو برابر کوچکترین بعد مقطع مرکب در هر طرف این ناحیه در نظر گرفته شود.

$$L_i \le L_t + ۴B' \qquad (۷۶-۹)$$

www.shop.civil808.com

B': بر حسب مورد؛ کوچکترین پهنای کلی مقطع (در مقاطع مرکب محصور شده مستطیلی)، کوچکترین بعد مقطع توخالی فولادی (در مقاطع مرکب پر شده مستطیلی) و یا قطر مقطع (در مقاطع مرکب پر شده دایره‌ای)



شکل ۹–۲۰– نمایش نواحی L_t و L_i

لازم به ذکر است که در تمام طول اعضای مرکب محصور شده باید برشگیرهایی را تعبیه نمود. این برشگیرها که به دلیل تامین عملکرد مرکب مقطع اجرا می‌شوند، در ناحیه‌ی L_i برای انتقال برش نیز استفاده می‌شوند. برشگیرهای مذکور در مقاطع مرکب پر شده، بر خلاف مقاطع مرکب محصور شده، تنها در طول L_i مورد نیاز بوده (در صورت استفاده از مکانیزم اتصالات برشگیر) و در مابقی طول عضو نیازی به اجرای آن‌ها نیست. برشگیرهای استفاده شده در مقاطع مرکب محصور شده را باید حداقل در دو وجه مقطع فولادی و به صورت قرینه تعبیه نمود.

ب–۳– چسبندگی مستقیم بین بتن و فولاد: یکی از روش‌های موجود در تخمین مقاومت اسمی چسبندگی بین بتن و فولاد که در قسمت Commentary از AISC 360-05 به آن اشاره شده بود و اکنون در متن اصلی AISC 360-10 و ویرایش چهارم مبحث دهم گنجانده شده است، استفاده از روابط ۹–۷۷ و ۹–۷۸ می‌باشد. مبنای ارائه‌ی این روابط نتایج آزمایشگاهی می‌باشد و دلیل ذکر ضریب کاهش مقاوت (به نسبه) کوچک و ضریب اطمینان (به نسبه) بزرگ نیز پراکندگی زیاد همین نتایج است.

$\phi_v = ۰/۴۵$ (LRFD) $\Omega_v = ۳/۳۳$ (ASD)

www.shop.civil808.com

- در مقاطع فولادی مستطیلی پر شده:

$$R_n = B^2 C_{in} F_{in} \qquad (۷۷-۹)$$

- مقاطع فولادی دایره‌ای پر شده:

$$R_n = ۰/۲۵\pi D^2 C_{in} F_{in} \qquad (۷۸-۹)$$

B: پهنای کلی وجهی از مقطع فولادی که انتقال بار از طریق آن صورت می‌گیرد

D: قطر خارجی مقطع فولادی دایره ای

F_{in}: تنش اسمی چسبندگی بتن و فولاد؛ برابر $۴/۰ \, kg/cm^2$

C_{in}: در مورد مقاطع مرکبی که فقط از یک سمت به محل انتقال بار برسند؛ برابر ۲ و در مورد مقاطع مرکبی که از دو سمت به محل انتقال بار برسند ؛ برابر ۴

۹-۵-۲- طراحی ستونها مرکب محصورشده به روش حدی و مقاومت مجاز

۹-۵-۲-۱- مقاومت فشاری

ضابطه‌ی کلی طراحی اعضای فشاری به صورت زیر می باشد:

$$P_r \le P_c \qquad (۷۹-۹)$$

$$\phi_c = ۰/۷۵ \ (\text{LRFD}) \qquad \Omega_c = ۲ \ (\text{ASD})$$

P_r: مقاومت محوری مورد نیاز؛ بسته به روش طراحی تحت بارهای بدون ضریب یا ضریبدار

P_c: مقاومت محوری موجود؛ بسته به روش طراحی برابر $\phi_c P_n$ و P_n/Ω_c

P_n: مقاومت اسمی فشاری مقطع مرکب با توجه به اثرات کمانشی ستون که به صورت زیر تعیین می‌شود:

-۱اگر $\frac{P_{no}}{P_e} \le ۲/۲۵$

$$P_n = \left(۰/۶۵۸^{\frac{P_{no}}{P_e}} \right) P_{no} \qquad (۸۰-۹)$$

www.shop.civil808.com

۱- اگر $\frac{P_{no}}{P_e} > ۲/۲۵$

$$P_n = ۰/۸۷۷P_e \qquad (۸۱-۹)$$

P_e: بار بحرانی کمانش اولری؛ براساس مطالب فصل سوم و با اعمال اصلاح سختی خمشی به صورت زیر:

$$P_e = \pi^۲ \left(EI_{eff}\right) \Big/ \left(KL\right)^۲ \qquad (۸۲-۹)$$

P_{no}: مقاومت اسمی فشاری خالص اسمی مقطع مرکب بدون توجه به آثار کمانشی ستون؛ به صورت زیر:

$$P_{no} = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} + ۰/۸۵ A_c f'_c \qquad (۸۳-۹)$$

A_s: مساحت مقطع فولادی

A_c: مساحت بتن

A_{sr}: سطح مقطع آرماتورهای طولی

F_y: تنش تسلیم هسته‌ی فولادی

F_{ysr}: تنش تسلیم آرماتورهای طولی

EI_{eff}: سختی خمشی موثر مقطع مرکب که به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$EI_{eff} = E_s I_s + ۰/۵ E_s I_{sr} + C_۱ E_c I_c \qquad (۸۴-۹)$$

$$C_۱ = ۰/۱ + ۲\left[A_s \Big/ \left(A_c + A_s\right)\right] \le ۰/۳ \qquad (۸۵-۹)$$

E_c: مدول الاستیسیته بتن

E_s: مدول الاستیسیته فولاد

I_c: ممان اینرسی قسمت بتنی مقطع مرکب

I_s: ممان اینرسی هسته‌ی فولادی

I_{sr}: ممان اینرسی میلگردهای طولی

L: طول مهار نشده ستون

K: ضریب طول موثر ستون؛ تعیین ضریب طول موثر در ستون‌های مرکب، بر اساس مباحث مطرح شده در فصل سوم می‌باشد. ضریب چرخش گره، G، در این روابط به صورت زیر اصلاح می‌شود.

www.shop.civil808.com

$$G = \frac{\sum (EI_{eff}/L)_c}{\sum (EI/L)_b} \qquad (۸۶-۹)$$

$(EI_{eff}/L)_c$: سختی خمشی موثر ستون‌های متصل به گره

$(EI/L)_b$: سختی خمشی تیر متصل به گره

۹-۵-۲-۲- مقاومت کششی

در تعیین مقاومت کششی این گونه مقاطع، فرض بر این است که نیمرخ فولادی براثر تسلیم به خرابی می‌رسد. با این فرض، مقاومت کششی اسمی ستون‌های مرکب محصور شده با صرف نظر از مقاومت کششی بتن مقطع، با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$P_n = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} \qquad (۸۷-۹)$$

مقاومت کششی مجاز و مقاومت کششی طراحی اینگونه مقاطع نیز به صورت زیر تعیین می‌شود.

$\phi_t = ۰/۹$ (LRFD) $\qquad \Omega_t = ۱/۶۷$ (ASD)

۹-۵-۲-۳- جزئیات طراحی، محدودیت‌ها و ضوابط تکمیلی

آیین‌نامه‌ها جهت حصول اطمینان از عملکرد مناسب ستون و انطباق آن با فرضیاتی که در ارائه روابط بالا مد نظر بوده است، محدودیت‌هایی را به صورت زیر ارائه می‌نمایند:

۱- سطح مقطع هسته فولادی باید حداقل ۱/۰٪ مساحت کلی مقطع مرکب باشد.

۲- قسمت بتنی مقطع مرکب باید به کمک آرماتورهای طولی و تنگ‌های بسته عرضی و یا مارپیچ به منظور حمایت کامل بتن و گسترش تنش‌های پلاستیک در آن، مسلح شده باشد.

۳- در صورت محدود شدن فاصله تنگ‌های عرضی به ۳۰۵^{mm}، حداقل قطر آن‌ها به ۱۰^{mm} و در صورت محدود شدن فاصله آن‌ها به ۴۰۵^{mm}، حداقل قطر این تنگ‌ها به ۱۳^{mm} محدود می‌شود. در هر حال فاصله تنگ‌های عرضی نباید از نصف بعد کوچکتر مقطع مرکب تجاوز نماید. فاصله مذکور به صورت مرکز تا مرکز در نظر گرفته شده است. ضوابط بیشتر در مورد طراحی آرماتورها و تعیین جزئیات طراحی آن‌ها به آیین‌نامه‌های بتنی معتبر از جمله مبحث نهم و ACI 318 رجوع شود.

۴- نسبت آرماتورهای طولی (ρ_{sr}) باید حداقل ۰/۴٪ باشد.

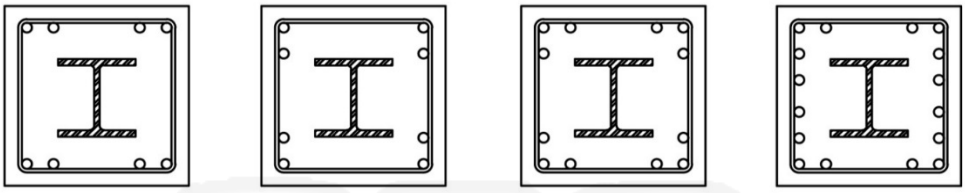
$$\rho_{sr} = A_{sr}/A_g \geq ۰/۰۰۴ \qquad (۸۸-۹)$$

www.shop.civil808.com

A_g: سطح مقطع کلی مقطع مرکب

۵- فاصله آزاد بین مقطع فولادی و آرماتورهای طولی باید از ۱/۵ برابر قطر آرماتور طولی و ۴۰^{mm} بیشتر باشد.

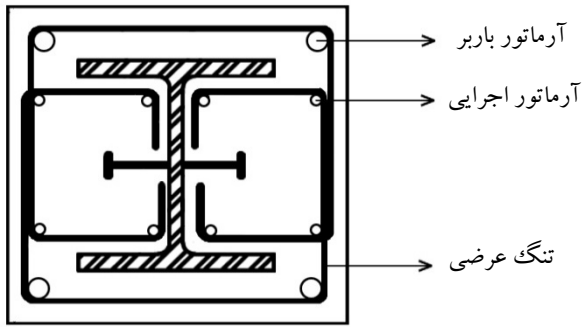
۶- درصورتی که هسته‌ی فولادی از دو یا چند پروفیل فولادی تشکیل شده باشد، باید ضوابط مربوط به ستون‌های تشکیل شده از چند پروفیل فولادی در آن‌ها رعایت گردد. همچنین این مقاطع باید قبل از بتن ریزی از طریق بست‌هایی به یکدیگر متصل شوند تا از کمانش هر یک از آن‌ها به تنهایی جلوگیری گردد.



شکل ۹-۲۱- آرایش پیشنهادی آرماتورهای طولی در AISC 341-10 و راهنمای طراحی شماره ۶ موسسه AISC

آرایش میلگردهای طولی پیشنهاد شده توسط AISC 341-10 و همچنین راهنمای طراحی شماره ۶ موسسه AISC به صورت شکل ۹-۲۱ می‌باشد. همان گونه که می‌دانیم، استفاده از تنگ‌ها و یا مارپیچ‌هایی به صورت بسته برای آنکه در تغییر شکل‌های زیاد غیر الاستیک، بتن همچنان حمایت شده باقی بماند، امری ضروری است. جزئیات طراحی تنگ‌ها مشابه آنچه که در آیین‌نامه‌های بتنی و در مورد مقاطع بتن آرمه آورده شده می‌باشد. با این تفاوت که استفاده از ضوابط این آیین‌نامه‌ها (تنگ بسته استاندارد)، برای مقاطع مرکب موضوع این فصل علاوه بر دست بالا بودن، مانعی در اجرای اجزای مختلف، از جمله برشگیرها و اتصال تیر به ستون خواهد بود. این در حالی است که به عنوان مثال در مقاطع مرکب استفاده شده در قاب‌های خمشی ویژه (C-SMF)، تامین حمایت کافی برای بتن و میلگردهای طولی برای حصول رفتار شکل پذیر مقطع امری ضروری خواهد بود. از این رو، AISC 341-10 در قسمت Commentary، جزئیات اجرای تنگ‌ها را به صورت زیر پیشنهاد می‌نماید.

www.shop.civil808.com



شکل ۹-۲۲- هندسه تنگ‌های عرضی، پیشنهاد شده توسط AISC 341-10

۹-۵-۳- طراحی ستونهای مرکب پرشده به روش حدی و مقاومت مجاز

سطح مقطع نیمرخ فولادی باید حداقل ۱/۰ ٪ مساحت کلی مقطع مرکب (سطح محدود به محیط خارجی نیمرخ فولادی) باشد.

۹-۵-۳-۱- مقاومت فشاری

در این جا نیز آثار کمانش غیر الاستیک، با استفاده از روابط (۹-۸۰) و (۹-۸۱) در نظر گرفته می‌شود. با این تفاوت که مقاومت P_{no} (با توجه به آثار مربوط به کمانش موضعی) و سختی خمشی عضو به صورت زیر تعیین خواهند شد:

$$EI_{eff} = E_s I_s + E_s I_{sr} + C_3 E_c I_c \qquad (۹-۸۹)$$

$$C_3 = 0/6 + 2\left[A_s/(A_c + A_s)\right] \le 0/9 \qquad (۹-۹۰)$$

الف- مقاطع فشرده

$$P_{no} = P_p \qquad (۹-۹۱)$$

$$P_p = A_s F_y + C_2 f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \qquad (۹-۹۲)$$

C_2: برای مقاطع توخالی مستطیلی شکل، برابر ۰/۸۵ و برای مقاطع توخالی دایره‌ای شکل، برابر ۰/۹۵

www.shop.civil808.com

ب- مقاطع غیر فشرده

$$P_{no} = P_p - \left(P_p - P_y\right)\left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right)^2 \qquad (۹۳-۹)$$

$$P_y = F_y A_s + ۰/۷ f'_c \left(A_c + A_{sr}\frac{E_s}{E_c}\right) \qquad (۹۴-۹)$$

پ- مقاطع لاغر

$$P_{no} = F_{cr} A_s + ۰/۷ f'_c \left(A_c + A_{sr}\frac{E_s}{E_c}\right) \qquad (۹۵-۹)$$

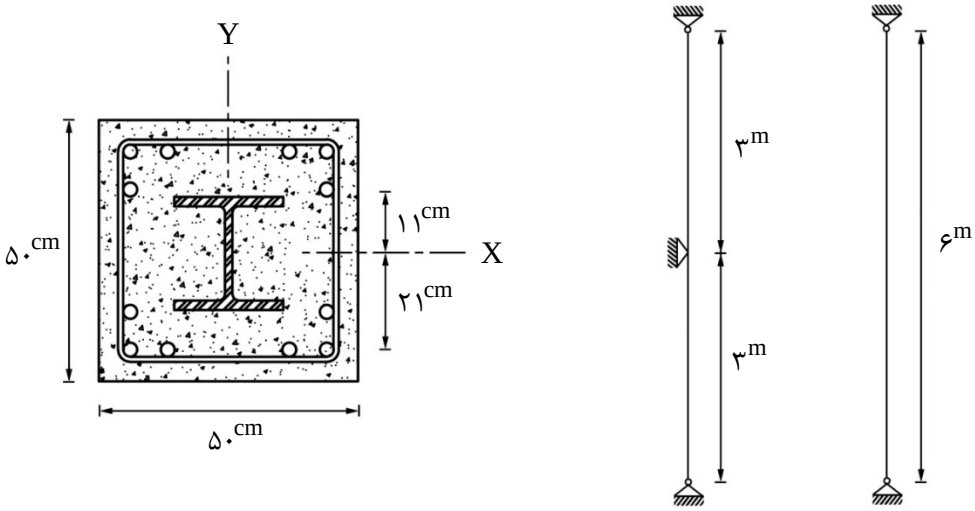
F_{cr}: تنش بحرانی در حالت کمانش موضعی؛ که مقدار آن در مقاطع توخالی مستطیلی شکل از رابطه (۹-۶۶) و در مقاطع توخالی دایره‌ای شکل از رابطه (۹-۶۷) به دست می‌آید.

۹-۵-۳-۲- مقاومت کششی

روابط تعیین مقاومت کششی اسمی اینگونه مقاطع، کاملا مشابه ستون‌های مرکب محصور شده می‌باشد.

مثال ۹- ۶- ستون مرکبی مطابق شکل در وسط دهانه، حول محور ضعیف تکیه گاه جانبی دارد. مقاومت طرح و مقاومت مجاز مقطع را تعیین کنید. نیمرخ فولادی از ST۳۷، تنش تسلیم آرماتورهای طولی $۴۲۰۰^{kg/cm^2}$ و مقاومت مشخصه‌ی فشاری بتن را $۴۵^{kg/cm^2}$ در نظر بگیرید.

www.shop.civil808.com



حل:

مشخصات مقاومتی مصالح:

$$F_y = ۲۴۰۰^{kg/cm^۲}, \quad F_u = ۳۷۰۰^{kg/cm^۲}, \quad F_{ysr} = ۴۲۰۰^{kg/cm^۲}$$

$$f'_c = ۴۵۰^{kg/cm^۲}$$

$$W_c = ۲۴۰۰^{kg/m^۳}$$

$$E_c = ۰/۱۳۵ W_c^{۱/۵} \sqrt{f'_c} = ۰/۱۳۵ \times ۲۴۰۰^{۱/۵} \sqrt{۴۵۰} = ۳۳۶۷۱۰/۶۸^{kg/cm^۲}$$

مشخصات هندسی مقطع:

نیمرخ IPB۳۰۰:

$$I_{sx} = ۲۵۱۷۰^{cm^۴} \qquad I_{sy} = ۸۵۶۰^{cm^۴} \qquad A_s = ۱۴۹^{cm^۲}$$

میلگردهای طولی (۱۲Φ۲۸):

سطح مقطع هر میلگرد طولی برابر است با:

$$A_{sr} = \pi(۱/۴)^۲ = ۶/۱۶^{cm^۲}$$

$$I_{srx} = I_{sry} = ۸\left[\frac{\pi(۱/۴)^۴}{۴} + ۶/۱۶(۲۱)^۲\right] + ۴\left[\frac{\pi(۱/۴)^۴}{۴} + ۶/۱۶(۱۱)^۲\right] = ۲۴۷۵۰/۱۳^{cm^۴}$$

$$A_{sr} = ۱۲ \times ۶/۱۶ = ۷۳/۹۲^{cm^۲}$$

www.shop.civil808.com

قسمت بتنی:

$$A_{cg} = ۵۰ \times ۵۰ = ۲۵۰۰^{cm^۲}$$

$$A_c = A_{cg} - A_s - A_{sr} = ۲۵۰۰ - ۱۴۹ - ۷۳/۹۲ = ۲۲۷۷/۰۸^{cm^۲}$$

$$I_{cx} = I_{cgx} - I_{sx} - I_{srx} = \frac{۵۰^۴}{۱۲} - ۲۵۱۷۰ - ۲۴۷۵۰/۱۳ = ۴۷۰۹۱۳/۲۰^{cm^۴}$$

$$I_{cy} = I_{cgy} - I_{sy} - I_{sry} = \frac{۵۰^۴}{۱۲} - ۸۵۶۰ - ۲۴۷۵۰/۱۳ = ۴۸۷۵۲۳/۲۰^{cm^۴}$$

تعیین مقاومت اسمی فشاری خالص مقطع مرکب:

$$P_{no} = A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + ۰/۸۵ A_c f'_c$$

$$= \left(۱۴۹ \times ۲۴۰۰ + ۷۳/۹۲ \times ۴۲۰۰ + ۰/۸۵ \times ۲۲۷۷/۰۸ \times ۴۵۰\right) \times ۱۰^{-۳} = ۱۵۳۹/۰۵^{ton}$$

$$C_۱ = ۰/۱ + ۲\left[A_s/\left(A_c + A_s\right)\right] = ۰/۱ + ۲\left(\frac{۱۴۹}{۲۲۷۷/۰۸ + ۱۴۹}\right) = ۰/۲۲ < ۰/۳ \quad Ok$$

سختی خمشی موثر، حول محور x:

$$\left(EI_{eff}\right)_x = E_s I_{sx} + ۰/۵ E_s I_{srx} + C_۱ E_c I_{cx}$$

$$= ۲/۱ \times ۱۰^۶ \times ۲۵۱۷۰ + ۰/۵ \times ۲/۱ \times ۱۰^۶ \times ۲۴۷۵۰/۱۳ + ۰/۲۲ \times ۳۳۶۷۱۰/۶۸ \times ۴۷۰۹۱۳/۲۰$$

$$= ۱/۱۴ \times ۱۰^{۱۱} \quad kg.cm^۲$$

سختی خمشی موثر، حول محور y:

$$\left(EI_{eff}\right)_y = E_s I_{sy} + ۰/۵ E_s I_{sry} + C_۱ E_c I_{cy}$$

$$= ۲/۱ \times ۱۰^۶ \times ۸۵۶۰ + ۰/۵ \times ۲/۱ \times ۱۰^۶ \times ۲۴۷۵۰/۱۳ + ۰/۲۲ \times ۳۳۶۷۱۰/۶۸ \times ۴۸۷۵۴۰/۹۴$$

$$= ۸/۰۱ \times ۱۰^{۱۰} \quad kg.cm^۲$$

بار بحرانی کمانش الاستیک:

$$P_{ex} = \frac{\pi^۲ \left(EI_{eff}\right)_x}{\left(kL\right)_x^۲} = \frac{\pi^۲ \times ۱/۱۴ \times ۱۰^{۱۱}}{\left(۱ \times ۶۰۰\right)^۲} \times ۱۰^{-۳} = ۳۱۲۵/۳۷^{ton}$$

$$P_{ey} = \frac{\pi^۲ \left(EI_{eff}\right)_y}{\left(kL\right)_y^۲} = \frac{\pi^۲ \times ۸/۰۱ \times ۱۰^{۱۰}}{\left(۱ \times ۳۰۰\right)^۲} \times ۱۰^{-۳} = ۸۷۸۳/۹۵^{ton}$$

$$P_e = \min\left\{P_{ex}, P_{ey}\right\} = ۳۱۲۵/۳۷^{ton}$$

www.shop.civil808.com

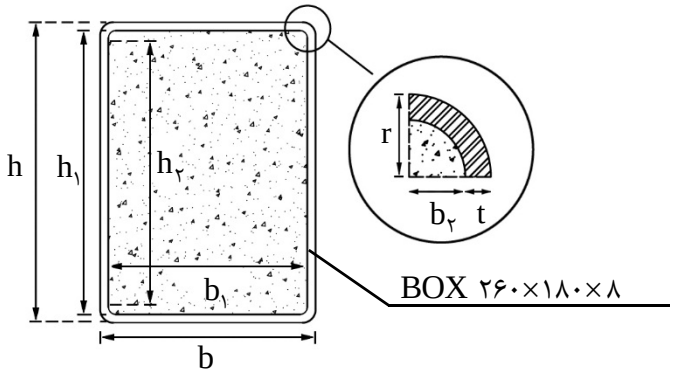
$$P_{no}/P_e = ۰/۴۹ < ۲/۲۵$$

بنابراین مقطع براثر کمانش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$P_n = P_{no}\left[۰/۶۵۸^{\left(\frac{P_{no}}{P_e}\right)}\right] = ۱۲۵۲/۳۹^{ton}$$

روش حدی	روش مقاومت مجاز
$\phi_c = ۰/۷۵$ $\phi_c P_n = ۰/۷۵ \times ۱۲۵۲/۳۹ = ۹۳۹/۲۹^{ton}$	$\Omega_c = ۲$ $P_n/\Omega_c = \frac{۱۲۵۲/۳۹}{۲} = ۶۲۶/۱۹^{ton}$

مثال ۹- ۷- کفایت ستون مرکب پر شده‌ی نشان داده شده در شکل را برای تحمل بار فشاری مرده ۳۰^{ton} و زنده ۹۰^{ton}، در صورتی که عضو در هر دو انتها مفصل شده باشد و تمامی بار توسط پایه و صفحه‌ی زیر سری انتقال داده شود، بررسی نمایید. فولاد مصرفی از نوع ST۳۷ و وزن مخصوص و مقاومت فشاری بتن مصرفی به ترتیب $۲۴۰۰^{kg/m^۳}$ و $۳۵۰^{kg/cm^۲}$ می‌باشد. طول موثر ستون را $۴/۵^{m}$ و کمانش را حول محور قوی در نظر بگیرید.



مشخصات مقاومتی مصالح:

$$F_y = ۲۴۰۰^{kg/cm^۲}, \quad F_u = ۳۷۰۰^{kg/cm^۲}$$

$$f'_c = ۳۵۰^{kg/cm^۲}$$

$$W_c = ۲۴۰۰^{kg/m^۳}$$

$$E_c = ۰/۱۳۵ W_c^{۱/۵}\sqrt{f'_c} = ۰/۱۳۵ \times ۲۴۰۰^{۱/۵}\sqrt{۳۵۰} = ۲۹۶۹۵۰/۹^{kg/cm^۲}$$

www.shop.civil808.com

مشخصات هندسی مقطع:

قوطی ۸×۱۸۰×۲۶۰:

$$I_{sx}=۶۲۴۰^{cm^۴},\qquad A_s=۶۶/۲^{cm^۲},\qquad h=۲۶^{cm},\qquad b=۱۸^{cm},\qquad t=۰/۸^{cm}$$

قسمت بتنی:

$$r=۲t=۲\times۰/۸=۱/۶^{cm}$$

$$b_۱=b-۲r=۱۸-۲\times۱/۶=۱۴/۸^{cm}$$

$$b_۲=r-t=۰/۸^{cm}$$

$$h_۲=h-۲r=۲۶-۲\times۱/۶=۲۲/۸^{cm}$$

$$h_۱=h-۲t=۲۶-۲\times۰/۸=۲۴/۴^{cm}$$

$$A_c=b_۱h_۱+۲b_۲h_۲+\pi b_۲^۲=۱۴/۸\times۲۴/۴+۲\times۰/۸\times۲۲/۸+\pi(۰/۸)^۲=۳۹۹/۶۱^{cm^۲}$$

$$I_{cx}=\frac{b_۱h_۱^۳}{۱۲}+\frac{۲b_۲h_۲^۳}{۱۲}+۲b_۲\left(\frac{\pi}{۸}-\frac{۸}{۹\pi}\right)+۲\left(\frac{\pi b_۲^۲}{۲}\right)\left(\frac{h_۲}{۲}+\frac{۴b_۲}{۳\pi}\right)^۲$$

$$I_{cx}=۱۹۷۷۳/۹۵^{cm^۴}$$

بررسی لاغری اجزای مقطع:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{max}=\frac{۲۲/۸}{۰/۸}=۲۸/۵$$

$$\lambda_p=۲/۲۶\sqrt{\frac{E}{F_y}}=۲/۲۶\sqrt{\frac{۲/۱\times۱۰^۶}{۲۴۰۰}}=۶۶/۸۵$$

بنابراین مقطع فولادی، فشرده است.

تعیین مقاومت فشاری موجود:

برای مقاطع توخالی مستطیلی شکل ($C_۲=۰/۸۵$):

$$P_{no}=P_p=A_sF_y+C_۲f'_c\left(A_c+A_{sr}\frac{E_s}{E_c}\right)$$

$$P_{no}=P_p=۶۶/۲\times۲۴۰۰+۰/۸۵\times۳۵۰\times(۳۹۹/۶۱+۰/۰)=۲۷۷/۷۶^{ton}$$

$$C_۳=۰/۶+۲\left[A_s/(A_c+A_s)\right]=۰/۶+۲\left[۶۶/۲/(۳۹۹/۶۱+۶۶/۲)\right]=۰/۸۸<۰/۹\quad OK$$

سختی خمشی موثر، حول محور x:

www.shop.civil808.com

$$(EI_{eff})_x = E_s I_{sx} + E_s I_{srx} + C_3 E_c I_{cx}$$
$$= ۲/۱\times۱۰^{۶}\times۶۲۴۰ + ۰/۸۸\times۲۹۶۹۵۰/۹۱\times۱۹۷۷۳/۹۵$$
$$= ۱/۸۳\times۱۰^{۱۰} \quad kg.cm^{۲}$$
$$P_e = P_{ex} = \frac{\pi^{۲}(EI_{eff})_x}{(kL)_x^{۲}} = \frac{\pi^{۲}\times۱/۸۳\times۱۰^{۱۰}}{(۱\times۴۵۰)^{۲}}\times۱۰^{-۳} = ۸۹۱/۹۲^{ton}$$
$$P_{no}/P_e = ۰/۳۱ < ۲/۲۵$$

بنابراین مقطع براثر کمانش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$P_n = P_{no}\left[۰/۶۵۸^{\left(\frac{P_{no}}{P_e}\right)}\right] = ۲۴۳/۸۲^{ton}$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$\Omega_c = ۲$ $P_n/\Omega_c = \frac{۲۴۳/۸۲}{۲} = ۱۲۱/۹۱^{ton}$ $P_s = D + L = ۳۰ + ۹۰ = ۱۲۰^{ton}$ $P_s < P_n/\Omega_c$ Ok	$\phi_c = ۰/۷۵$ $\phi_c P_n = ۰/۷۵\times۲۴۳/۸۲ = ۱۸۲/۸۷^{ton}$ $P_u = ۱/۲D + ۱/۶L = ۱/۲\times۳۰ + ۱/۶\times۹۰$ $= ۱۸۰^{ton}$ $P_u < \phi_c P_n$ Ok

بررسی محدودیت‌های آیین‌نامه‌ای:

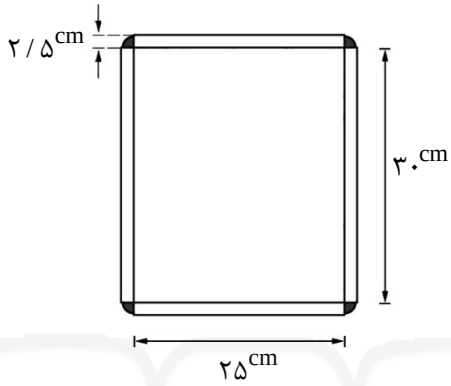
سطح مقطع نیمرخ فولادی باید حداقل ۱/۰٪ مساحت کلی مقطع مرکب (سطح محدود به محیط خارجی هسته‌ی فولادی) باشد:

$$A_T = ۶۶/۲ + ۳۹۹/۶۱ = ۴۶۵/۸۱^{cm^{۲}}$$
$$۰/۰۱A_T = ۴/۶۶^{cm^{۲}}$$
$$A_s > ۰/۰۱A_T \quad OK$$

مثال ۹- ۸- ستونی به ارتفاع ۵^{m} از یک سازه‌ی فولادی در طبقه همکف قرار است بار مرده ۹۰^{ton} و زنده‌ی ۳۰۰^{ton} را تحمل نماید. ستون مورد نظر را در صورتی که از نظر معماری، ابعاد آن به حدود

www.shop.civil808.com

$۲۵۰^{mm}\times ۳۰۰^{mm}$ محدود شود طراحی کند. از حرکت جانبی ساختمان در هر دو جهت توسط سیستم بادبندی جلوگیری می‌شود. برش تکیه گاهی در تیر IPE۲۲۰ متصل به ضلع ۳۰ سانتی متری ستون، برابر ۶^{ton} بار مرده و ۱۰^{ton} بار زنده در نظر گرفته شود و مشخصات مقاومتی مصالح، همانند مثال ۹-۷ می‌باشد.



حل:

در ابتدا ستون را به صورت فولادی تنها، از مقطع دست ساز و با استفاده از ورق‌هایی به ضخامت $۲/۵^{cm}$ طراحی می‌نماییم:

کنترل لاغری، جهت اطمینان از عدم وقوع کمانش موضعی:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{max}=\frac{۳۰}{۲/۵}=۱۲$$

$$۱/۴\sqrt{\frac{E}{F_y}}=۱/۴\sqrt{\frac{۲/۱\times ۱۰^{۶}}{۲۴۰۰}}=۴۱/۴۱>۱۲\Rightarrow \text{مقطع لاغر نیست}$$

کنترل مقاومت مقطع:

$$A=۲\times ۲۵\times ۲/۵+۲\times ۳۰\times ۲/۵=۲۷۵^{cm^{۲}}$$

$$K_x=K_y=۱$$

$$I_{min}=I_y=۲\times\frac{۲/۵\times ۲۵^{۳}}{۱۲}+۲\times\frac{۳۰\times ۲/۵^{۳}}{۱۲}+۲\left(۳۰\times ۲/۵\right)\times\left(\frac{۲۵+۲/۵}{۲}\right)^{۲}$$

$$=۳۴۹۴۷/۹۲^{cm^{۴}}$$

$$r_{min}=\sqrt{I_{min}/A}=۱۱/۲۷^{cm}$$

$$\lambda=\left(\frac{KL}{r}\right)_x=\frac{۱\times ۵۰۰}{۱۱/۲۷}=۴۴/۳۷$$

www.shop.civil808.com

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times ۲/۱ \times ۱۰^6}{۴۴/۳۷^2} = ۱۰۵۲۷/۸۶ \ kg/cm^2$$

$$F_y / F_e = ۰/۲۳ < ۲/۲۵$$

بنابراین مقطع براثر کمانش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$F_{cr} = F_y \left[۰/۶۵۸^{\left(\frac{F_y}{F_e}\right)} \right] = ۲۱۸۱/۵۹ \ kg/cm^2$$

$$P_n = F_{cr} A_g = ۲۱۸۱/۵۹ \times ۲۷۵ \times ۱۰^{-۳} = ۵۹۹/۹۴ \ ton$$

روش حدی	روش مقاومت مجاز
$\phi_c = ۰/۹$	$\Omega_c = ۱/۶۷$
$\phi_c P_n = ۰/۹ \times ۵۹۹/۹۴ = ۵۳۹/۹۴ \ ton$	$P_n / \Omega_c = \frac{۵۹۹/۹۴}{۱/۶۷} = ۳۵۹/۲۴ \ ton$
$P_u = ۱/۲D + ۱/۶L = ۵۸۸ \ ton$	$P_s = D + L = ۹۰ + ۳۰۰ = ۳۹۰ \ ton$
$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = ۱/۰۸$ NG	$\frac{P_s}{P_n / \Omega_c} = ۱/۱ > ۱/۰$ NG

در صورتی که مقطع را به صورت مرکب پرشده، با استفاده از بتن با مقاومت مشخصه $۳۵۰ \ kg/cm^2$ و فرض عدم استفاده از میلگردهای طولی طراحی نماییم:

سطح مقطع نیمرخ فولادی باید حداقل ۱/۰ ٪ مساحت کلی مقطع مرکب باشد:

$$A_s = ۲۷۵ \ cm^2$$

$$A_c = ۲۵ \times ۳۰ = ۷۵۰ \ cm^2$$

$$A_T = ۲۷۵ + ۷۵۰ = ۱۰۲۵ \ cm^2$$

$$۰/۰۱ A_T = ۱۰/۲۵ \ cm^2$$

$$A_s > ۰/۰۱ A_T \quad \text{Ok}$$

بررسی لاغری اجزای مقطع:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{max} = \frac{۳۰}{۲/۵} = ۱۲$$

مقطع فولادی، فشرده است.

www.shop.civil808.com

$$\lambda_p = ۲/۲۶\sqrt{\frac{E}{F_y}} = ۲/۲۶\sqrt{\frac{۲/۱\times۱۰^{۶}}{۲۴۰۰}} = ۶۶/۸۵ \Rightarrow$$ مقطع فولادی، فشرده است

کنترل مقاومت فشاری مقطع مرکب:

$$f'_c = ۳۵۰ \, {kg}/{cm^۲}$$

$$W_c = ۲۴۰۰ \, {kg}/{m^۳}$$

$$E_c = ۰/۱۳۵ W_c^{۱/۵}\sqrt{f'_c} = ۰/۱۳۵\times۲۴۰۰^{۱/۵}\sqrt{۳۵۰} = ۲۹۶۹۵۰/۹ \, {kg}/{cm^۲}$$

$$A_c = ۷۵۰ \, cm^۲$$

$$P_{no} = P_p = A_s F_y + C_۳ f'_c\left(A_c + A_{sr}\frac{E_s}{E_c}\right)$$

$$P_{no} = P_p = ۲۷۵\times۲۴۰۰ + ۰/۸۵\times۳۵۰\times\left(۷۵۰ + ۰/۰\right) = ۸۸۳/۱۲ \, ton$$

$$C_۳ = ۰/۶ + ۲\left[A_s/\left(A_c + A_s\right)\right] = ۰/۶ + ۲\left[۲۷۵/\left(۷۵۰ + ۲۷۵\right)\right] = ۱/۱۳ > ۰/۹$$

بنابراین مقدار $C_۳$ را ۰/۹ در نظر می‌گیریم:

$$I_{cy} = \frac{۳۰\times۲۵^{۳}}{۱۲} = ۳۹۰۶۲/۵ \, cm^۴$$

$$\left(EI_{eff}\right)_y = E_s I_{sy} + E_s I_{sry} + C_۳ E_c I_{cy}$$

$$= ۲/۱\times۱۰^{۶}\times۳۴۹۴۷/۹۲ + ۰/۹\times۲۹۶۹۵۰/۹۱\times۳۹۰۶۲/۵ = ۸/۳۷\times۱۰^{۱۰}$$

$$P_e = \frac{\pi^۲\left(EI_{eff}\right)_y}{\left(KL\right)_y^۲} = \frac{\pi^۲\times۸/۳۸\times۱۰^{۱۰}}{\left(۱\times۵۰۰\right)^۲}\times۱۰^{-۳} = ۳۳۰۹/۴۹ \, ton$$

$$P_{no}/P_e = ۰/۲۷ < ۲/۲۵$$

بنابراین مقطع براثر کمانش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$P_n = P_{no}\left[۰/۶۵۸^{\left(\frac{P_{no}}{P_e}\right)}\right] = ۷۸۹/۸۰ \, ton$$

www.shop.civil808.com

روش حدی	روش مقاومت مجاز
$\phi_c = ۰/۷۵$	$\Omega_c = ۲$
$\phi_c P_n = ۰/۷۵ \times ۷۸۹/۸۰ = ۵۹۲/۳۵^{ton}$	$P_n/\Omega_c = ۷۸۹/۸۰/۲ = ۳۹۴/۹۰^{ton}$
$P_u = ۵۸۸^{ton}$	$P_s = ۳۹۰^{ton}$
$P_u < \phi_c P_n$ OK	$P_s < P_n/\Omega_c$ OK

کنترل برش انتقالی بین بتن و فولاد:

بارهای خارجی مستقیماً به قسمت فولادی مقطع منتقل می‌شوند:

$$V'_r = P_r\left(۱ - A_s F_y / P_{no}\right) = P_r\left(۱ - ۲۷۵ \times ۲۴۰۰ \times ۱۰^{-۳} / ۸۸۳/۱۳\right) = ۰/۲۵P_r$$

روش حدی	روش مقاومت مجاز
$P_u = ۱/۲P_D + ۱/۶P_L = ۲۳/۲^{ton}$	$P_s = P_D + P_L = ۶ + ۱۰ = ۱۶^{ton}$
$V'_u = ۰/۲۵P_u = ۰/۲۵ \times ۲۳/۲ = ۵/۸^{ton}$	$V'_s = ۰/۲۵P_s = ۰/۲۵ \times ۱۶ = ۴/۰۰^{ton}$

مقاومت اسمی چسبندگی بین بتن و فولاد در مقاطع فولادی مستطیلی برابر است با:

$$R_n = B^۲ C_{in} F_{in}$$

$$B = ۳۰^{cm}, \quad F_{in} = ۴/۰^{kg/cm^۲}$$

برای مقاطع مرکب پر شده که در بالا و پایین محل انتقال بار ادامه داشته باشند:

$$C_{in} = ۴$$

$$R_n = ۳۰^۲ \times ۴ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} = ۱۴/۴^{ton}$$

روش حدی	روش مقاومت مجاز
$\phi_v R_n = ۰/۴۵ \times ۱۴/۴ = ۶/۴۸^{ton}$	$R_n/\Omega_v = ۱۴/۴/۳/۳۳ = ۴/۳۲^{ton}$
$\phi_v R_n > V'_u$ OK	$R_n/\Omega_v > V'_s$ OK

اگر به عنوان مثال در طراحی به روش مقاومت مجاز، برای ایجاد پیوستگی مناسب بین بتن و فولاد بخواهیم به جای چسبندگی بین بتن و فولاد از برشگیر استفاده نماییم، با استفاده از گلمیخ‌های به قطر ۱۶^{mm} و تنش نهایی $۴۲۰۰^{kg/cm^۲}$ خواهیم داشت:

$$Q_{nv} = F_u A_{sa} = ۴۲۰۰ \times \pi \frac{۱/۶^۲}{۴} \times ۱۰^{-۳} = ۸/۴۴^{ton}$$

www.shop.civil808.com

$$Q_{nv}/\Omega_v = ۸/۴۴/۲/۳۱ = ۳/۶۶^{ton}$$

با نوشتن ضابطه عمومی طراحی داریم:

$$V'_s \le \sum(Q_{cv}/\Omega_v) \Rightarrow \quad V'_s \le N\times(Q_{cv}/\Omega_v)$$

$$N \ge \frac{V'}{Q_{cv}/\Omega_v} = \frac{۴/۰۰}{۳/۶۶} = ۱/۰۹$$

بنابراین پیوستگی لازم بین بتن و فولاد حداقل با استفاده از ۲ گلمیخ (در هر ضلع ۳۰ سانتی متری) در طولی برابر L_i، تامین می‌گردد. حداکثر طول این ناحیه، با فرض آنکه طول ناحیه انتقال بار، ۲۰^{cm} باشد برابر خواهد بود با:

$$L_i \le L_t + ۴B' = ۲۰ + ۴\times۳۰ = ۱۴۰^{cm}$$

با توجه به ضوابط ذکر شده در قسمت ۹-۴-۲-۳-ث، حداقل و حداکثر فاصله بین گلمیخ‌ها به مقادیر زیر محدود می‌شود:

۱- حداقل فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها در هر امتداد، ۴ برابر قطر گلمیخ ($۴\times۱/۶ = ۶/۴^{cm}$) می‌باشد.

۲- حداکثر فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها، ۳۲ برابر قطر گلمیخ ($۵۱/۲^{cm}$) می‌باشد.

بنابراین فاصله گلمیخ‌ها، ۱۵^{cm} و تعداد آن‌ها، ۱۰ عدد و به صورت قرینه (در داخل هر ضلع ۳۰ سانتی متری، در ناحیه L_i، ۵ عدد) انتخاب می‌شود.

$$L = ۴\times۱۵ = ۶۰^{cm} < L_i \qquad OK$$

۹-۶- مقاطع مرکب تحت اثر مشترک فشار و خمش

در قسمت تنش مجاز ویرایش سوم مبحث دهم مقررات ملی ساختمان در مورد طراحی تیر ستون‌های مرکب نیز، ضوابط مستقلی ارائه نشده بود و این مبحث ذکر می‌نمود: "اعضای محوری مرکب به روش تنش مجاز را می‌توان بر مبنای ضوابط بخش طراحی حدی مبحث دهم، با فرض ترکیب بارهای بدون ضریب و محاسبه‌ی مقاومت مجاز با استفاده از ضرایب کاهش مقاومت و روابط معرفی شده طراحی نمود، مشروط بر این که کلیه‌ی ضرایب کاهش مقاومت (ϕ) معرفی شده در ضریب ۰/۶۷ ضرب گردد."

تعیین هر یک از مقاومت‌های خمشی و محوری تیر-ستون‌های مرکب، به ترتیب بر اساس روابط و ضوابط مطرح شده در قسمت ۹-۵ و ۹-۴ انجام و در این جا تنها به ارائه‌ی روش‌هایی جهت درنظر گرفتن اندرکنش بین نیروی محوری و لنگر خمشی پرداخته می‌شود. مقاومت محوری و خمشی موجود در مقطع مرکب را می‌توان بر اساس روش عمومی سازگاری کرنش‌ها و یا توزیع تنش پلاستیک به دست آورد. در قسمت

www.shop.civil808.com

Commentary آیین‌نامه AISC 360-10، برای تعیین مقاومت تیر ستون‌های مرکب، سه روش بیان شده است که در ادامه، به شرح هر یک خواهیم پرداخت. ضرایب اطمینان و کاهش مقاومت، در تمامی این روش‌ها ثابت و برابر مقادیر زیر می‌باشد:

$$\phi_c = ۰/۷۵,\ \phi_b = ۰/۹\ (\text{LRFD}) \qquad \Omega_c = ۲/۰۰\ ,\ \Omega_b = ۱/۶۷ (\text{ASD})$$

۹-۶-۱- روش‌های بررسی کفایت مقاومت مقاطع مرکب تحت اثر مشترک فشار و خمش

الف- نمودارهای اندرکنش براساس روابط فصل پنجم

اولین و ساده ترین روش، روشی محافظه کارانه است که در مورد مقاطع متقارن نسبت به هر دو محور کاربرد دارد. در این روش، به صورت دست بالا می‌توان از روابط (۵-۹۵) و (۵-۹۶) ارائه شده در فصل پنجم به همراه اصلاحات لازم؛ به گونه‌ای که در ادامه آورده می‌شود استفاده نمود. مقدار دست بالا بودن طراحی با استفاده از این روش نیز به میزان کمک قسمت بتنی مقطع مرکب به تحمل بارهای وارده بستگی خواهد داشت. لازم به ذکر است که در حال حاضر (ضوابط سال ۲۰۱۰ میلادی) به دلیل فقدان تحقیقات کافی، طراحی مقاطع مرکب پر شده، به صورت غیر فشرده و یا لاغر، تنها با استفاده از همین روش که به صورت قابل توجهی دست بالا می‌باشد، امکان پذیر خواهد بود.

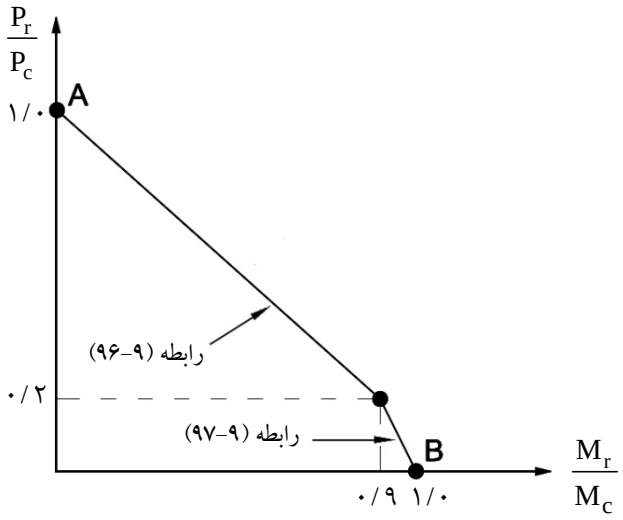
- برای $\frac{P_r}{P_{Ad}} \geq ۰/۲$:

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{۸}{۹}\left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}}\right) \leq ۱ \qquad (۹۶-۹)$$

- برای $\frac{P_r}{P_{Ad}} < ۰/۲$:

$$\frac{P_r}{۲P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}}\right) \leq ۱ \qquad (۹۷-۹)$$

www.shop.civil808.com



شکل ۹-۲۳- اندرکنش فشار و خمش؛ مطابق فصل پنجم

P_r و M_r: مقاومت محوری و خمشی مورد نیاز براساس یکی از روش‌های مرتبه‌ی دوم

P_c: مقاومت محوری موجود (بر اساس قسمت ۹-۵)؛ در روش حدی، برابر $\phi_c P_n$ و در روش مقاومت مجاز، برابر P_n/Ω_c

M_c: مقاومت خمشی موجود با فرض عدم وجود نیروی محوری (بر اساس قسمت ۹-۴-۲)؛ در روش حدی، برابر $\phi_b M_n$ و در روش مقاومت مجاز، برابر M_n/Ω_b

ب- نمودارهای اندرکنش براساس روش توزیع تنش پلاستیک

روش دوم، استفاده از نمودارهای اندرکنشی است که بر گسترش سطوح اندرکنشی در حالت اسمی (P_n و M_n) و با استفاده از روش توزیع تنش پلاستیک استوار بوده و برای مقاطعی با دو محور تقارن کاربرد دارد. نمونه‌ای از این منحنی‌های اندرکنش در شکل‌های ۹-۱ و ۹-۲۴ نشان داده شده است.

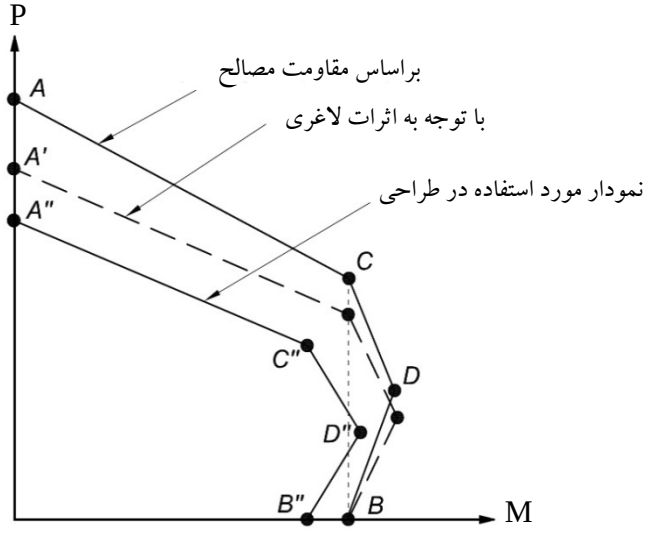
در شکل ۹-۱، پنج نقطه‌ی A، B، C، D و E دیده می‌شود. این نقاط، به نقاط ثابت مقاومتی معروف‌اند و در ابتدا تنها با درنظر گرفتن خصوصیات مقاومتی مصالح (به صورت P_{no} و M_n) تعیین می‌شوند. نقطه‌ی A، نشان دهنده‌ی مقاوت فشاری خالص مقطع (P_{no}) است که با استفاده از روابط در قسمت ۹-۵ تعیین می‌شود. نقطه‌ی B براساس مقامت خمشی خالص مقطع (M_n) و با استفاده از مطالب قسمت ۹-۴ مشخص می‌گردد. در نقطه‌ی C؛ هم مقاومت خمشی؛ به اندازه‌ی مقاومت خمشی مقطع در نقطه‌ی B و هم مقاومت محوری وجود دارد. به عبارت دیگر در نقطه C محل تار خنثی، همانند نقطه‌ی B فرض می‌شود. نقطه‌ی D نیز معرف حالت بالانس است. در این نقطه که بیشترین مقاومت خمشی مقطع حاصل می‌شود، هم زمان با رسیدن

www.shop.civil808.com

دورترین تار فشاری بتن به کرنش ۰/۰۰۳، دورترین تار کششی مقطع فولادی نیز به کرنش تسلیم فولاد می‌رسد. مکان این نقطه در منحنی اندرکنش نیز با فرض وجود مقاومت محوری به اندازه‌ی نصف آنچه در نقطه‌ی C محاسبه شد، تعیین می‌شود. نقطه E نیز نقطه‌ای دلخواه است که تعیین آن، جهت افزایش دقت رسم منحنی اندرکنش لازم خواهد بود. نقاط ثابت مقاومتی پس از تعیین، توسط خطوطی به یکدیگر متصل شده و منحنی اندرکنشی چهار خطی یا سه خطی (در صورت در نظر گرفتن یا نگرفتن نقطه E) را به وجود می‌آوردند.

در ادامه، اثرات لاغری و مباحث مربوط به کمانش کلی ستون، با استفاده از روابط (۹-۸۰) یا (۹-۸۱) دیده می‌شود. در شکل ۹-۲۴، نسبت لاغری با $\lambda = A'/A$ نشان داده شده است. این مقدار درواقع معادل P_n/P_{no} خواهد بود. لازم به ذکر است که نسبت لاغری در نظر گرفته شده برای تمامی نقاط A، C، D و E، مقدار ثابتی خواهد داشت.

در انتها نیز، مقاومت فشاری و خمشی موجود مقطع (P_c و M_c) با اعمال ضرایب اطمینان و کاهش مقاومت، بر مقاومت‌های اسمی (P_n و M_n که در قسمت قبل تعیین شدند) قابل محاسبه خواهد بود. در صورتی که نقاط ثابت، بر اساس مقاومت خمشی و فشاری مقطع حول هر دو محور اصلی آن تعیین شوند؛ سطح اندرکنشی فشار و خمش حاصل می‌شود. همان گونه که می‌دانیم نقاط داخل این سطح، در محدوده‌ی ایمن قرار دارند. در حالی که نقاط خارج از آن باعث خرابی عضو مورد نظر خواهند شد.



شکل ۹-۲۴- اندرکنش فشار و خمش

در صورتی که نقاط E و D رسم نشوند، نمودار اندرکنشی دو خطی؛ مطابق آنچه در شکل ۹-۲۵ نشان داده شده است حاصل می‌شود. بر این اساس AISC 360 در قسمت Commentary خود، معادلات زیر را

www.shop.civil808.com

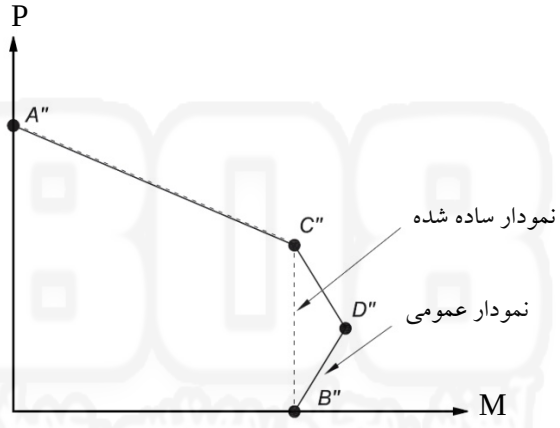
برای درنظر گرفتن تاثیر همزمان لنگر خمشی و فشار محوری ارائه می‌دهد.

- اگر $P_r < P_{C''}$:

$$\frac{M_{rx}}{M_{C''x}} + \frac{M_{ry}}{M_{C''y}} \le ۱/۰ \qquad (۹۸-۹)$$

- اگر $P_r \ge P_{C''}$:

$$\frac{P_r - P_{C''}}{P_{A''} - P_{C''}} + \frac{M_{rx}}{M_{C''x}} + \frac{M_{ry}}{M_{C''y}} \le ۱/۰ \qquad (۹۹-۹)$$



شکل ۹-۲۵- اندرکنش فشار و خمش

در طراحی به روش مقاومت مجاز:

P_r: نیروی محوری تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح بهره برداری محاسبه می‌شود.

M_r: ممان خمشی تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح بهره برداری محاسبه می‌شود.

$P_{A''}$: بیشینه مقاومت محوری مجاز (نقطه A'')

$P_{C''}$: مقاومت محوری مجاز در نقطه C''

$M_{C''}$: بیشینه مقاومت خمشی مجاز (نقطه B'' یا C'')

در طراحی به روش حدی:

P_r: نیروی محوری تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح نهایی (ضریبدار) محاسبه می‌شود.

M_r: ممان خمشی تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح نهایی (ضریبدار) محاسبه می‌شود.

$P_{A''}$: بیشینه مقاومت محوری طراحی (نقطه A'')

www.shop.civil808.com

$P_{C''}$: مقاومت محوری طراحی در نقطه C''

$M_{C''}$: بیشینه مقاومت خمشی طراحی (نقطه B'' یا C'')

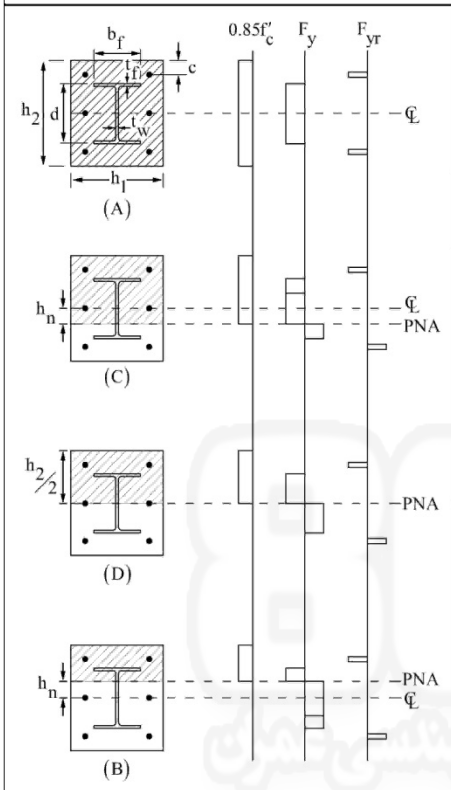
- در خمش دو محوره اگر مقادیر P_C محاسبه شده حول محور قوی و ضعیف متفاوت باشند، باید از مقدار کوچکتر استفاده شود.
- برای محاسبه‌ی مقادیر ممان و نیروی محوری اسمی خالص (بدون توجه به آثار کمانشی)، جداولی ارائه شده است که در ادامه آورده می‌شوند.
- یادآوری می‌شود که P_r و M_r موجود در روابط (۹-۹۶)، (۹-۹۷)، (۹-۹۸) و (۹-۹۹)، نیروی محوری و لنگر خمشی تشدید یافته می‌باشند که با استفاده از تحلیل مرتبه دوم قابل محاسبه خواهند بود.
- در استفاده از روابط (۹-۹۶) تا (۹-۹۹) به تفاوت P_c و P_C و نیز M_c و M_C دقت شود.

پ- استفاده از جداول موجود در راهنمای طراحی شماره‌ی ۶ موسسه‌ی AISC

در راهنمای طراحی شماره‌ی ۶ موسسه‌ی AISC، نمودارها و جداولی براساس ویرایش‌های قدیمی‌تر AISC 360 و ACI 318 برای در نظر گرفتن اندرکنش فشار و خمش ارائه شده است. از این میان، جداول ارائه شده برمبنای ضوابط آیین‌نامه AISC می‌باشد که استفاده از آن‌ها (به صورت دست بالا) در ویرایش سال ۲۰۱۰ این آیین‌نامه نیز مجاز دانسته شده است. در این جا از ذکر جداول مذکور خود داری شده و خواننده به متن اصلی این نشریه ارجاع داده می‌شود.

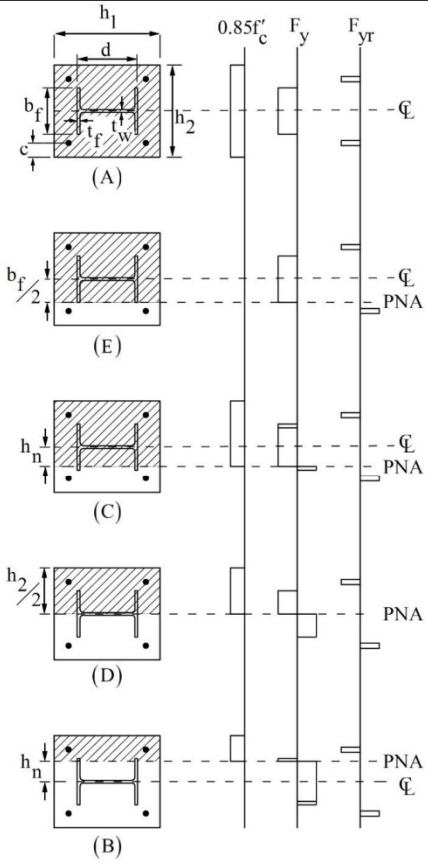
www.shop.civil808.com

جدول ۹-۵- مقطع مرکب محصورشده، تحت اثر مشترک فشار و خمش حول محور قوی

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
	A	$P_A = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} + ۰/۸۵ f'_c A_c$ A_s: سطح مقطع هسته فولادی A_{sr}: سطح مقطع تمام میلگردهای مسلح کننده پیوسته $A_c = h_۱ - h_۲ - A_s - A_{sr}$
	C	$P_C = ۰/۸۵ f'_c A_c$ $M_C = M_B$
	D	$P_D = ۰/۵ \times ۰/۸۵ f'_c A_c$ $M_D = Z_s F_y + Z_r F_{ysr} + (Z_c/۲)(۰/۸۵ f'_c)$ Z_s: مدول مقطع پلاستیک مقطع فولادی کامل حول محور x A_{srs}: سطح مقطع میلگردهای فولادی روی خط مرکزی $Z_r = (A_{sr} - A_{srs})(h_۲/۲ - c)$ $Z_c = (h_۱ h_۲^۲)/۴ - Z_s - Z_r$
	B	$M_B = M_D - Z_{sn} F_y - ۰/۵ Z_{cn} (۰/۸۵ f'_c)$ $Z_{cn} = h_۱ h_n^۲ - Z_{sn}$ برای h_n در زیر بال $(h_n \le d/۲ - t_f)$ $h_n = \dfrac{۰/۸۵ f'_c (A_c + A_{srs}) - ۲F_{ysr} A_{srs}}{۲\left[۰/۸۵ f'_c (h_۱ - t_w) + ۲F_y t_w\right]}$ $Z_{sn} = t_w h_n^۲$ برای h_n در داخل بال $(d/۲ - t_f < h_n \le d/۲)$ $h_n = \dfrac{۰/۸۵ f'_c (A_c + A_s - db_f + A_{srs}) - ۲F_y (A_s - db_f) - ۲F_{yr} A_{srs}}{۲\left[۰/۸۵ f'_c (h_۱ - b_f) + ۲F_y b_f\right]}$ $Z_{sn} = Z_s - b_f (d/۲ - h_n)(d/۲ + h_n)$ برای h_n در بالای بال $(h_n > d/۲)$ $h_n = \dfrac{۰/۸۵ f'_c (A_c + A_s + A_{srs}) - ۲F_y A_s - ۲F_{yr} A_{srs}}{۲(۰/۸۵ f'_c h_۱)}$ $Z_{sn} = Z_{sx}$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولاد کامل حول محورx

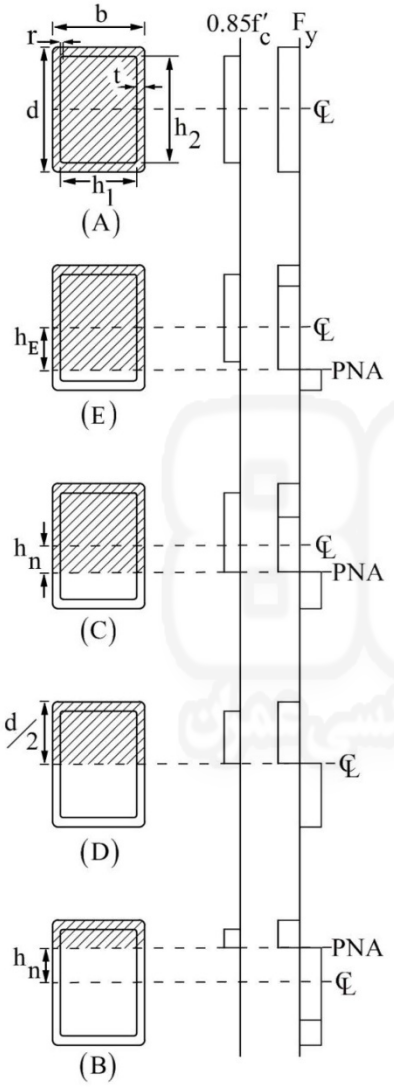
www.shop.civil808.com

جدول ۹-۶- مقطع مرکب محصور شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش حول محور ضعیف

روابط پیشنهادی	نقطه	نحوه‌ی توزیع تنش
$P_A = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} + ۰/۸۵ f'_c A_c$ $A_c = h_۱ h_۲ - A_s - A_{sr}$	A	
$P_E = A_s F_y + (۰/۸۵ f'_c)[A_c - ۰/۵ h_۱ (h_۲ - b_f) + A_{sr}/۲]$ $M_E = M_D - Z_{sE} F_y - ۰/۵ Z_{cE} (۰/۸۵ f'_c)$ $Z_{sE} = Z_{sy}$: مدول مقطع پلاستیک مقطع فولاد کامل حول محور y $Z_{cE} = (h_۱ b_f^۲)/۴ - Z_{sE}$	E	
$P_C = ۰/۸۵ f'_c A_c$ $M_C = M_B$	C	
$P_D = ۰/۵ \times ۰/۸۵ f'_c A_c$ $M_D = Z_s F_y + Z_r F_{sr} + ۰/۵ Z_c (۰/۸۵ f'_c)$ Z_s: مدول مقطع پلاستیک مقطع فولادی کامل حول محور y $Z_r = A_{sr} (۰/۵ h_۲ - c)$ $Z_c = (h_۱ h_۲^۲)/۴ - Z_s - Z_r$	D	
$M_B = M_D - Z_{sn} F_y - ۰/۵ Z_{cn} (۰/۸۵ f'_c)$ $Z_{cn} = h_۱ h_n^۲ - Z_{sn}$ برای h_n در زیر بال $(t_w/۲ < h_n \le b_f/۲)$ $h_n = \dfrac{۰/۸۵ f'_c (A_c + A_s - ۲ t_f b_f) - ۲ F_y (A_s - ۲ t_f b_f)}{۲[۴ t_f F_y + (h_۱ - ۲ t_f) ۰/۸۵ f'_c]}$ $Z_{sn} = Z_s - ۲ t_f (۰/۵ b_f + h_n)(۰/۵ b_f - h_n)$ برای h_n در داخل بال $(h_n > b_f/۲)$ $h_n = \dfrac{۰/۸۵ f'_c (A_c + A_s) - ۲ F_y A_s}{۲[۰/۸۵ f'_c h_۱]}$ $Z_{sn} = Z_{sy}$: مدول مقطع پلاستیک مقطع فولاد کامل حول محور y	B	

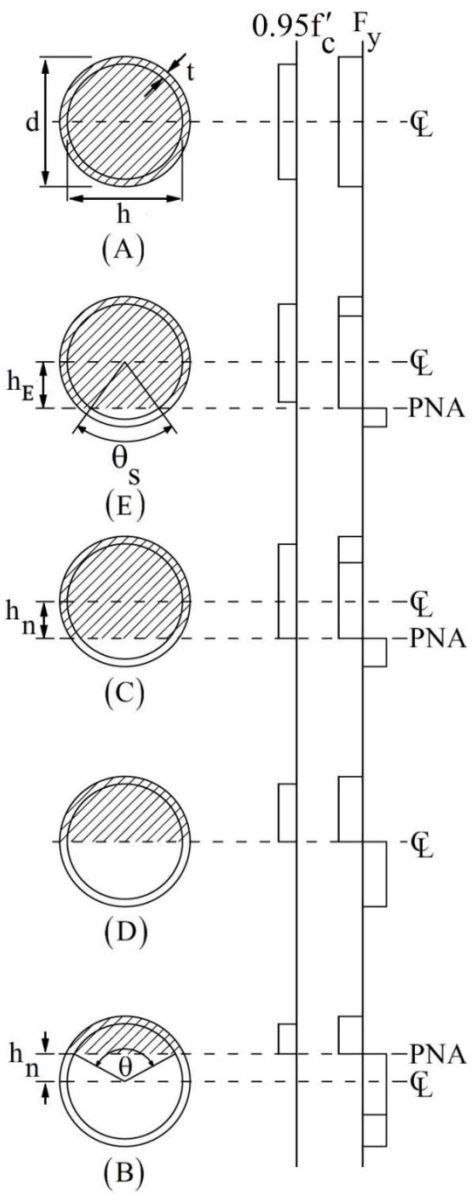
www.shop.civil808.com

جدول ۹-۷- مقطع مرکب مستطیلی پر شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
	A	$P_A = F_y A_s + ۰/۸۵ f'_c A_c$ A_s: سطح مقطع فولادی $A_c = h_۱ h_۲ - ۰/۸۵۸ r_i^۲$ $h_۱ = b - ۲t$ $h_۲ = d - ۲t$
	E	$P_E = ۰/۵\left(۰/۸۵ f'_c A_c\right) + ۰/۸۵ f'_c h_۱ h_E + ۴ F_y t h_E$ $M_E = M_D - F_y Z_{sE} - ۰/۵\left(۰/۸۵ f'_c Z_{cE}\right)$ $s Z_{cE} = h_۱ h^۲_E$ $Z_{sE} = ۲t h^۲_E$ $h_E = h_n/۲ + d/۴$
	C	$P_C = ۰/۸۵ f'_c A_c$ $M_C = M_B$
	D	$P_D = ۰/۵ \times ۰/۸۵ f'_c A_c$ $M_D = F_y Z_s + ۰/۵\left(۰/۸۵ f'_c Z_c\right)$ $Z_s = x$: مدول مقطع کامل مقطع فولادی مستطیلی حول محور y $Z_c = \left(h_۱ h_۲^۲\right)/۴ - ۰/۱۹۲ r_i^۳$
	B	$M_B = M_D - F_y Z_{sn} - ۰/۵\left(۰/۸۵ f'_c Z_{cn}\right)$ $Z_{sn} = ۲t h_n^۲$ $Z_{cn} = h_۱ h_n^۲$ $h_n = \frac{۰/۸۵ f'_c A_c}{۲\left[۰/۸۵ f'_c h_۱ + ۴ t F_y\right]} \le \frac{h_۲}{۲}$

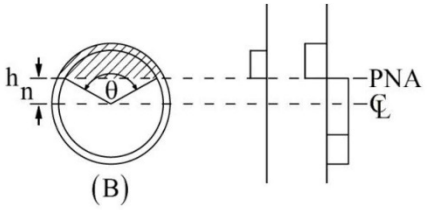
www.shop.civil808.com

جدول ۹-۸- مقطع مرکب لوله‌ای پر شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
	A	$P_A = F_y A_s + ۰/۹۵ f'_c A_c$ $A_s = \pi\left(dt - t^۲\right)$ $A_c = \pi h^۲/۴$
	E	$P_E = P_A - \frac{۱}{۴}\left[F_y\left(d^۲ - h^۲\right) + ۰/۵\left(۰/۹۵ f'_c\right)h^۲\right]\left(\theta_۲ - \sin\theta_۲\right)$ $M_E = F_y Z_{sE} + ۰/۵\left(۰/۹۵ f'_c Z_{cE}\right)$ $Z_{cE} = \frac{h^۳}{۶}\sin^۳\left(\frac{\theta_۲}{۲}\right)$ $Z_{sE} = \frac{\left(d^۳ - h^۳\right)}{۶}\sin\left(\frac{\theta_۲}{۲}\right)$ $h_E = h_n/۲ + h/۴$ $\theta_۲ = \pi - ۲\arcsin\left(۲h_E/h\right)$
	C	$P_C = ۰/۹۵ f'_c A_c$ $M_C = M_B$
	D	$P_C = ۰/۹۵ f'_c A_c$ $M_C = M_B$ $P_D = ۰/۵ \times ۰/۹۵ f'_c A_c$ $M_D = F_y Z_s + ۰/۵\left(۰/۹۵ f'_c Z_c\right)$ $Z_c = h_۳/۶$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولادی: $Z_s = d^۳/۶ - Z_c$

www.shop.civil808.com

جدول ۹-۹- مقطع مرکب لوله‌ای پر شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش (ادامه)

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
	B	$M_B = F_y Z_{sB} + ۰/۵\left(۰/۹۵ f'_c Z_{cB}\right)$ $Z_{sB} = \frac{\left(d^۳ - h^۳\right)}{۶}\sin\left(\frac{\theta}{۲}\right)$ $Z_{cB} = \frac{\left(h^۳ \sin^۳\right)(\theta/۲)}{۶}$ $\theta = \frac{۰/۰۲۶۰K_c - ۲K_s}{۰/۰۸۴۸K_c}$ $\theta \quad + \frac{\sqrt{\left(۰/۰۲۶۰K_c + ۲K_s\right)^۲ + ۰/۸۵۷K_cK_s}}{۰/۰۸۴۸K_c}$ بر حسب رادیان $K_c = f'_c h^۲$ $h_n = \frac{h}{۲}\sin\left(\frac{\pi - \theta}{۲}\right) \le \frac{h}{۲}$ با فرض لاغری جدار مستطیلی: $K_s = F_y\left(\frac{d-t}{۲}\right)t$

- در جداول ۹-۵ تا ۹-۹، مقادیر P_B و M_A، براساس نمودارهای نشان داده شده در قسمت‌های قبل برابر صفر خواهد بود.
- یادآوری می‌شود که این جداول براساس توزیع تنش پلاستیک تنظیم شده اند. بنابراین در استفاده از آن‌ها توجه به شرایط لازم برای رخ دادن چنین توزیع تنشی الزامی است.

مثال ۹- ۹- ستونی به صورت مرکب محصور شده به طول $۴/۲^{m}$ و ابعاد ۶۰×۶۰ از یک هسته‌ی فولادی از ST۳۷ و بتنی با مقاومت مشخصه $f'_c = ۳۵۰^{kg/cm^۲}$ تشکیل شده است. این ستون را که با استفاده از ترکیب بارهای سطح بهره برداری به صورت زیر بارگذاری شده است، با فرض کمانش حول محور قوی در حالت مقاومت مجاز و با استفاده از روش‌های الف و ب طراحی و نمودار اندرکنش آن را ترسیم نمایید.

$B_۱ = ۱/۰,\ B_۲ = ۱/۲,\ P_{nt} = ۴۵۰^{ton},\ P_{lt} = ۵۵^{ton},\ M_{nt} = ۱۵^{ton.m},\ M_{lt} = ۴^{ton.m}$

حل:

www.shop.civil808.com

با توجه به مسائل اجرایی و الگوهای پیشنهادی در شکل ۹-۲۱ از ۱۲ میلگرد طولی استفاده می‌شود. پوشش بتن و قطر تنگ‌های عرضی نیز به ترتیب، ۶^{cm} و ۱۲^{cm} انتخاب می‌شود.

نسبت آرماتورهای طولی (ρ_{sr}) باید حداقل ۰/۴٪ باشد.

$$A_g = ۶۰ \times ۶۰ = ۳۶۰۰^{cm^۲}$$

$$\rho_{sr} = \frac{A_{sr}}{A_g} \geq ۰/۰۰۴$$

$$A_{sr} \geq ۰/۰۰۴ \times ۳۶۰۰$$

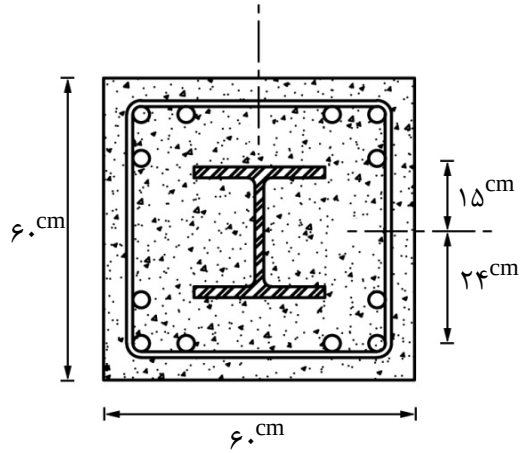
$$A_{sr} \geq ۱۴/۴^{cm^۲}$$

بنابراین مساحت هر میلگرد طولی باید حداقل برابر $۱۴/۴/۱۲ = ۱/۲^{cm^۲}$ باشد.

$$\frac{\pi d^۲}{۴} \geq ۱/۲ \Rightarrow \quad d \geq ۱/۲۳^{cm}$$

$$\text{Use}: \quad ۱۲\Phi ۲۸$$

$$A_{sr} = ۱۲ \times \frac{\pi \times ۲/۸^۲}{۴} = ۷۳/۹۲^{cm^۲}$$



در صورتی که از پروفیل فولادی IPB۲۲۰ استفاده شود:

$$A_s = ۹۱^{cm^۲}, \qquad b_f = ۲/۲^{cm}$$

حداقل فاصله بین مقطع فولادی و میلگردهای طولی برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{۶۰ - ۲۲}{۲} - ۶ - \frac{۲/۸}{۲} = ۱۱/۶^{cm}$$

www.shop.civil808.com

فاصله آزاد بین مقطع فولادی و آرماتورهای طولی باید از ۱/۵ برابر قطر آرماتور طولی و ۴۰^{mm} بیشتر باشد.

$$۱۱/۶ > Max\{۱/۵\times۲/۸, ۴\} = ۴/۲ \quad OK$$

مشخصات مقاومتی مصالح:

$$F_y = ۲۴۰۰^{kg/cm^۲}, \quad F_{yrs} = ۴۲۰۰^{kg/cm^۲}$$

$$f'_c = ۳۵۰^{kg/cm^۲}$$

$$W_c = ۲۴۰۰^{kg/m^۳}$$

$$E_c = ۰/۱۳۵W_c^{۱/۵}\sqrt{f'_c} = ۰/۱۳۵\times۲۴۰۰^{۱/۵}\sqrt{۳۵۰} = ۲۹۶۹۵۰/۹^{kg/cm^۲}$$

مشخصات IPB۲۲۰:

$$I_{sx} = ۸۰۹۰^{cm^۴}, A_s = ۹۱^{cm^۲}, b_f = ۲/۲^{cm}, t_w = ۰/۹۵^{cm}, t_f = ۱/۶^{cm}, Z_s = ۸۲۸^{cm^۳}$$

مشخصات میلگردهای طولی (۱۲Φ۲۸):

سطح مقطع هر میلگرد طولی برابر است با:

$$A_{۱sr} = \frac{\pi(۲/۸)^۲}{۴} = ۶/۱۶^{cm^۲}$$

بنابراین:

$$A_{sr} = ۷۳/۹۲^{cm^۲}$$

$$I_{srx} = I_{sry} = ۸\left[\frac{\pi(۱/۲۵)^۴}{۴} + ۶/۱۶(۲۴)^۲\right] + ۴\left[\frac{\pi(۱/۲۵)^۴}{۴} + ۶/۱۶(۱۵)^۲\right]$$

$$= ۳۳۹۴۴/۰۱^{cm^۴}$$

مشخصات قسمت بتنی:

$$A_c = ۳۶۰۰ - ۹۱ - ۷۳/۹۲ = ۳۴۳۵/۰۸^{cm^۲}$$

$$I_{cx} = I_{cgx} - I_{sx} - I_{srx} = \frac{۶۰^۴}{۱۲} - ۸۰۹۰ - ۳۳۹۴۴/۰۱ = ۱۰۳۷۹۶۵/۹۹^{cm^۴}$$

تعیین مقاومت مقطع مرکب:

www.shop.civil808.com

نقطه‌ی A ($M_A = ۰/۰$):

$$P_A = A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + ۰/۸۵ A_c f'_c$$

$$= (۹۱)(۲۴۰۰) + (۷۳/۹۲)(۴۲۰۰) + ۰/۸۵(۳۴۳۵/۰۸)(۳۵۰) = ۱۵۵۰/۸۰^{ton}$$

$$C_۱ = ۰/۱ + ۲\left[A_s/(A_c + A_s)\right] = ۰/۱ + ۲\left[۹۱/(۳۴۳۵/۰۸ + ۹۱)\right] = ۰/۱۵ < ۰/۳ \quad OK$$

$$EI_{eff} = E_s I_{sx} + ۰/۵ E_s I_{srx} + C_۱ E_c I_{cx}$$

$$= (۲/۱\times۱۰^۶)(۸۰۹۰) + ۰/۵(۲/۱\times۱۰^۶)(۳۳۹۴۴/۰۱)$$

$$+ (۰/۱۵)(۲۹۶۹۵۰/۹۱)(۱۰۳۷۹۶۵/۹۹) = ۹/۸۸\times۱۰^{۱۰\ kg.cm^۲}$$

با فرض $K = ۱$ داریم:

$$P_e = \frac{\pi^۲ (EI_{eff})}{(KL)^۲} = \frac{\pi^۲ (۹/۸۸\times۱۰^{۱۰})}{(۱\times۴۲۰)^۲} = ۵۵۲۷/۸۷^{ton}$$

$$P_A/P_e = ۰/۲۸ < ۲/۲۵$$

$$P_{A'} = P_A \left[۰/۶۵۸^{\left(\frac{P_A}{P_e}\right)} \right] = ۱۳۷۸/۹۹^{ton}$$

نقطه‌ی D:

$$P_D = \frac{A_c (۰/۸۵ f'_c)}{۲} = ۵۱۰/۹۷^{ton}$$

$$P_{D'} = P_D \left(۰/۶۵۸^{\left(P_D/P_e\right)} \right) = ۴۹۱/۵۸^{ton}$$

به دلیل آن که آرایش میلگردهای طولی در این مثال با نمونه‌های ذکر شده در جدول متفاوت است، نمی‌توان برای به دست آوردن Z_r از فرمول جدول استفاده نمود.

Z_s: اساس پلاستیک مقطع فولادی

$$Z_s = ۸۲۸^{cm^۳}$$

A_{srs}: سطح مقطع میلگردهای طولی، روی خط مرکزی مقطع

$$A_{srs} = ۰$$

$$c = ۶^{cm}$$

www.shop.civil808.com

$$Z_r = \left(\frac{۸}{۱۲}\times ۷۳/۹۲\right)(۲۴)+\left(\frac{۴}{۱۲}\times ۷۳/۹۲\right)(۱۵) = ۱۵۵۲/۳۲^{cm^۳}$$

$$Z_c = \frac{h_۱h_۲^۲}{۴} - Z_s - Z_r = \frac{(۶۰)(۶۰)^۲}{۴} - ۸۲۸ - ۱۵۵۲/۳۲ = ۵۱۶۱۹/۶۸^{cm^۳}$$

$$M_D = Z_sF_y + Z_rF_{yr} + \frac{Z_c}{۲}(۰/۸۵f'_c)$$

$$= (۸۲۸)(۲۴۰۰)+(۱۲۳۶/۹)(۴۲۰۰)+۰/۵(۵۱۶۱۹/۶۸)(۰/۸۵)(۳۵۰) = ۱۶۱/۸۵^{ton.m}$$

$$M_{D'} = M_D = ۱۶۱/۸۵^{ton.m}$$

نقطه‌ی B ($P_B = ۰/۰$):

با فرض h_n در داخل بال $\left(\frac{d}{۲} - t_f\right) < h_n < \frac{d}{۲}$ داریم:

$$h_n = \frac{۰/۸۵f'_c\left(A_c + A_s - db_f + A_{srs}\right) - ۲F_y\left(A_s - db_f\right) - ۲F_{yrs}A_{srs}}{۲\left(۰/۸۵f'_c\left(h_۱ - b_f\right) + ۲F_yb_f\right)}$$

$$h_n = \frac{۰/۸۵\times ۳۵۰\left(۳۴۳۵/۰۸ + ۹۱ - ۲۲(۲۲) + ۰\right) - ۲(۲۴۰۰)(۹۱ - ۲۲(۲۲)) - ۲(۴۲۰۰)(۰)}{۲\left[(۰/۸۵)(۳۵۰)(۶۰ - ۲۲) + ۲(۲۴۰۰)(۲۲)\right]}$$

$$h_n = ۱۱/۹۴^{cm}$$

$$h_n > \frac{d}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

بنابراین h_n در بالای بال قرار دارد.

$$h_n = \frac{۰/۸۵f'_c\left(A_c + A_s + A_{srs}\right) - ۲F_yA_s - ۲F_{yrs}A_{srs}}{۲\left(۰/۸۵f'_ch_۱\right)}$$

$$h_n = \frac{۰/۸۵\times ۳۵۰\left(۳۴۳۵/۰۸ + ۹۱ + ۰/۰\right) - ۲(۲۴۰۰)(۹۱) - ۲(۴۲۰۰)(۰/۰)}{۲\left[(۰/۸۵)(۳۵۰)(۶۰)\right]}$$

$$h_n = ۱۷/۱۵۲۷ > \frac{d}{۲} \quad OK$$

$$Z_{sn} = Z_{sx} = ۸۲۸^{cm^۳}$$

$$Z_{cn} = h_۱h_n^۲ - Z_{sn} = (۶۰)(۱۷/۱۵)^۲ - ۸۲۸ = ۱۶۸۱۹/۳۵^{cm^۳}$$

www.shop.civil808.com

$$M_B = M_D - Z_{sn}F_y - \frac{۱}{۲}Z_{cn}\left(۰/۸۵f'_c\right)$$

$$= ۱۶۱/۸۵\times ۱۰^{۵} - ۸۲۸\left(۲۴۰۰\right) - \frac{۱}{۲}\left(۱۶۸۱۹/۳۵\right)\left(۰/۸۵\right)\left(۳۵۰\right) = ۱۱۶/۹۶^{\text{ton.m}}$$

$$M_{B'} = M_B = ۱۱۶/۹۶^{\text{ton.m}}$$

نقطه‌ی C $(M_c = M_B, P_c = ۰/۸۵f'_cA_c)$:

$$P_C = A_c\left(۰/۸۵f'_c\right) = ۳۴۳۵/۰۸\left(۰/۸۵\times ۳۵۰\right) = ۱۰۲۱/۹۴^{\text{ton}}$$

$$P_{C'} = P_C\left(۰/۶۵۸^{\left(P_C/P_e\right)}\right) = ۹۴۵/۸۴^{\text{ton}}$$

$$M_{C'} = M_C = ۱۱۶/۹۶^{\text{ton.m}}$$

تعیین مقاومت مجاز فشاری و خمشی ($\Omega_b = ۱/۶۷$, $\Omega_c = ۲/۰۰$):

$$P_{A''} = \frac{P_{nA}}{\Omega_c} = \frac{۱۳۷۸/۹۹}{۲} = ۶۸۹/۴۹^{\text{ton}}$$

$$M_{A''} = ۰/۰$$

$$P_{B''} = ۰/۰$$

$$M_{B''} = \frac{M_{nB}}{\Omega_b} = \frac{۱۱۶/۹۶}{۱/۶۷} = ۷۰/۰۳^{\text{ton.m}}$$

$$P_{C''} = \frac{P_{nC}}{\Omega_c} = \frac{۹۴۵/۸۴}{۲} = ۴۷۲/۹۲^{\text{ton}}$$

$$M_{C''} = \frac{M_{nC}}{\Omega_b} = \frac{۱۱۶/۹۶}{۱/۶۷} = ۷۰/۰۳^{\text{ton.m}}$$

$$P_{D''} = \frac{P_{nD}}{\Omega_c} = \frac{۴۹۱/۵۸}{۲} = ۲۴۵/۷۹^{\text{ton}}$$

$$M_{D''} = \frac{M_{nD}}{\Omega_b} = \frac{۱۶۱/۸۵}{۱/۶۷} = ۹۶/۹۲^{\text{ton.m}}$$

تعیین تلاش‌های تشدید یافته:

$$P_r = P_{nt} + B_۲P_{lt}$$

www.shop.civil808.com

$$P_s = ۴۵۰ + ۱/۲ \times ۵۵ = ۵۱۶^{ton}$$

$$M_r = B_۱ M_{nt} + B_۲ M_{lt}$$

$$M_s = ۱/۰ \times ۱۵ + ۱/۲ \times ۴ = ۱۹/۸^{ton.m}$$

الف- بررسی کفایت مقطع بر اساس روش الف

$$P_c = ۶۸۹/۴۹^{ton}$$

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{۵۱۶}{۶۸۹/۴۹} = ۰/۷۵ > ۰/۲$$

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{۸}{۹}\left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}}\right) = ۰/۷۵ + \frac{۸}{۹}\left(\frac{۱۹/۸}{۷۰/۰۳}\right) = ۱/۰۰۱ \square ۱ \quad OK$$

ب- بررسی کفایت مقطع بر اساس روش ب

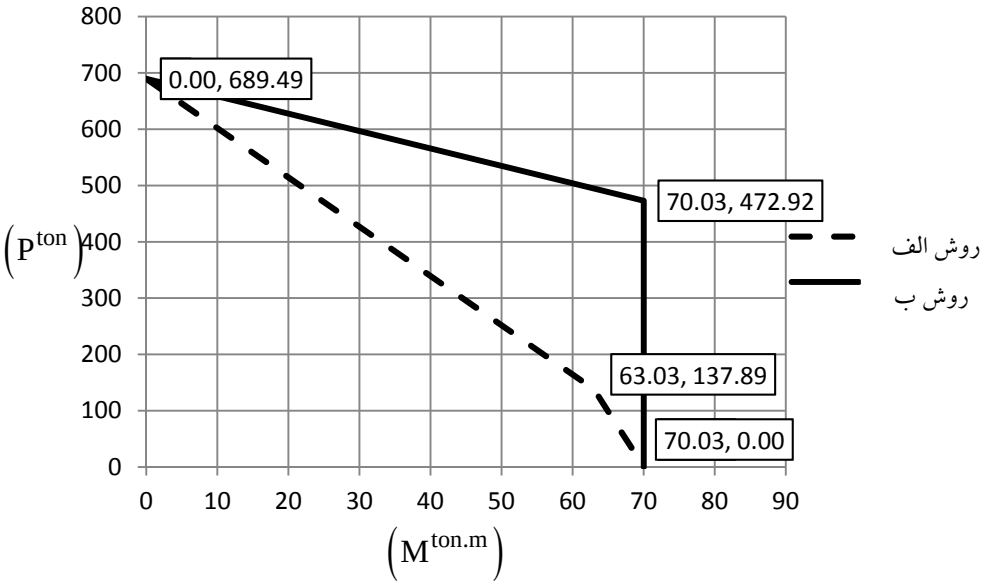
$$P_{C''} = ۴۷۲/۹۲^{ton}$$

$$P_r > P_{C''}$$

$$\frac{P_r - P_{C''}}{P_{A''} - P_{C''}} + \frac{M_{rx}}{M_{C''x}} + \frac{M_{ry}}{M_{C''y}} = \frac{۵۱۶ - ۴۷۲/۹۲}{۶۸۹/۴۹ - ۴۷۲/۹۲} + \frac{۱۹/۸}{۷۰/۰۳} = ۰/۴۸ < ۱ \quad OK$$

با استفاده از داده‌های به دست آمده می‌توان نمودارهای اندرکنش خمش و نیروی محوری را در دو روش رسم و با یکدیگر مقایسه نمود.

www.shop.civil808.com



در مورد نقطه‌ی $(۶۳/۰۳,۱۳۷/۸۹)$ از نمودار مربوط به روش ب داریم:

$$\frac{P_r}{P_{A''}} = ۰/۲ \Rightarrow P_r = ۰/۲ \times ۶۸۹/۴۹ = ۱۳۷/۸۹^{ton}$$

$$\frac{P_r}{P_{A''}} + \frac{۸}{۹}\frac{M_r}{M_{B''}} = ۱ \Rightarrow ۰/۲ + \frac{۸}{۹}\frac{M_r}{۷۰/۰۳} = ۱ \Rightarrow M_r = ۶۳/۰۳^{ton.m}$$

www.shop.civil808.com