



ارتعاشات پیشا و کاربرد آن در مهندسی زلزله

در نرم افزار های

SeismoSignal و MatLab

جلسه هشتم: ارتعاشات پیشا در  
سیستم های SDOF و MDOF  
و مروری بر روابط آیین نامه ای و  
تحلیل ریسک

# مرور: حل در حوزه فرکانس

2

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

□ دانستیم حل سیستم خطی با روش انتگرال دوهامل (تلفیقی) به صورت زیر است:

$$x(t) = \int_0^t f(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda$$

زمان انتگرالگیری را می توان بی نهایت در نظر گرفت، چون مقدار شتابنگاشت در بقیه نقاط صفر است. بنابراین

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)g(t-\lambda)d\lambda$$

با ضرب طرفین معادله در  $e^{-i\omega t}$  و انتگرالگیری داریم:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\lambda)e^{-i\omega t}dt \right] d\lambda$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)e^{-i\omega\lambda}d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} g(\sigma)e^{-i\omega\sigma}d\sigma$$

$$t - \lambda = \sigma$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$X(\omega) = G(\omega)F(\omega)$$

به  $G$  تابع تبدیل محرک ورودی به پاسخ می گویند.

$$G(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + ic\omega + k}$$



# ارتعاشات پیشا در سیستم های SDOF



3

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

□ حال مباحث آماری را با دینامیکی تلفیق می کنیم. از طرفین انتگرال دوهامل  $E$  می گیریم.

$$E[x(t)] = E \left[ \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) f(t - \lambda) d\lambda \right]$$

□ از آجایی که فرض می شود سیستم متعین است داریم:

$$E[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) E[f(t - \lambda)] d\lambda$$

□ با فرض مانا بودن محرک ورودی داریم:

$$E[x(t)] = E[f(t)] \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) d\lambda \quad \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) d\lambda = G(0)$$

□ با فرض مانا بودن پاسخ داریم

$$E[x(t)] = G(0) E[f(t)] = \text{constant}$$

□ از آنجایی که فرض می شود محرک ورودی zero mean است پاسخ نیز zero mean خواهد بود. بنابراین

$$E[x(t)] = 0$$

□ در بعضی کتاب ها محرک ورودی را با  $X$ ، پاسخ را با  $Y$  و تابع تبدیل را با  $H$  نشان می دهند. از این پس ما

نیز از این نام گذاری استفاده می کنیم. یعنی

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega)$$



# ارتعاشات پیشا در سیستم های SDOF



4

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

□ در ارتعاشات پیشا اثبات می شود.

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega)$$

□ بنابراین

$$E[y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega$$

□ اگر چگالی طیفی محرک ورودی نوفه سفید باشد داریم:

$$E[y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{-m\omega^2 + ic\omega + k} \right|^2 S_0 d\omega$$

□ که این انتگرال حل بسته دارد.

$$E[y^2] = \frac{\pi S_0}{kc}$$

□ مفهوم این فرمول ها در شکل بعدی نشان داده شده است.

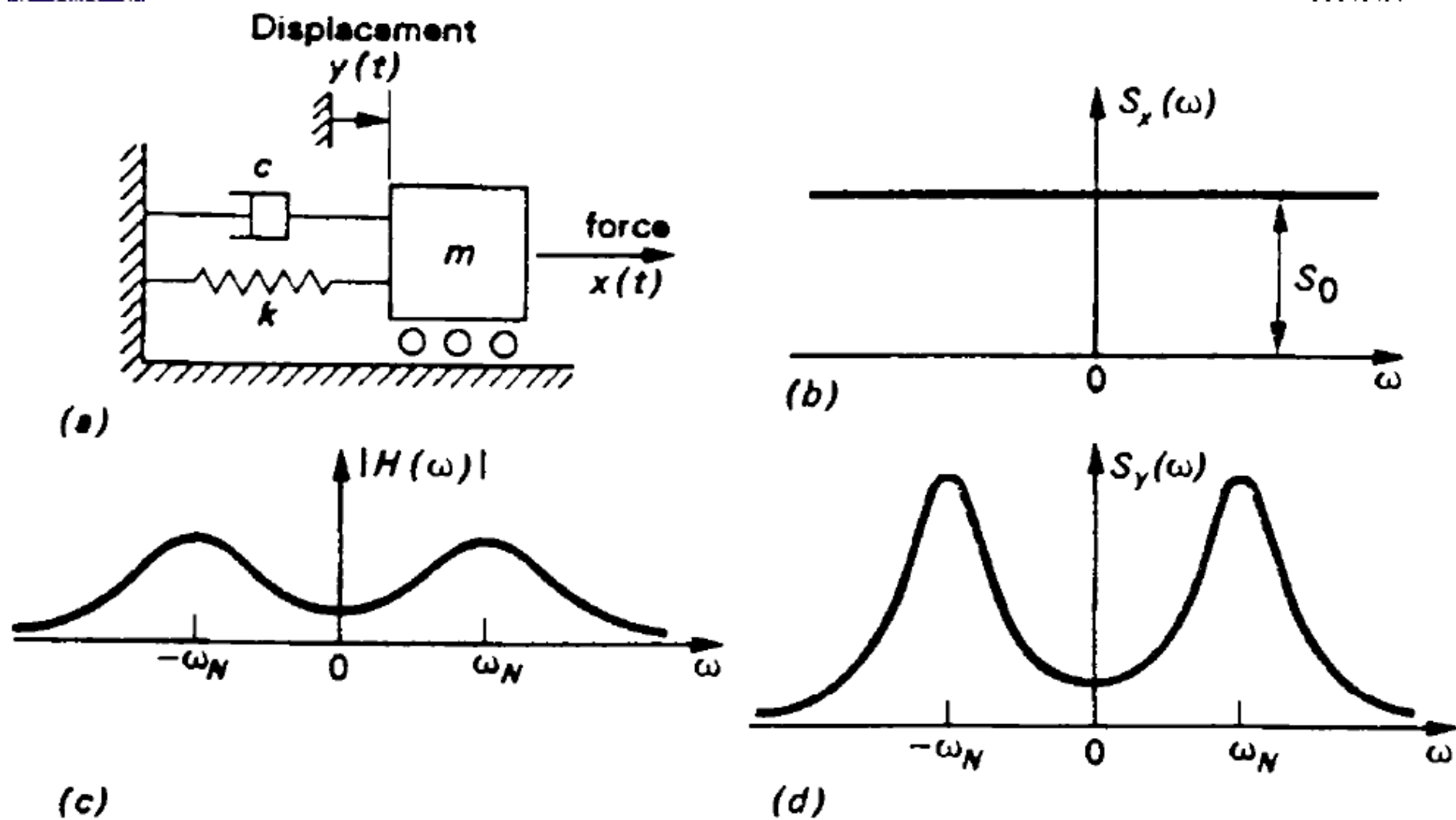
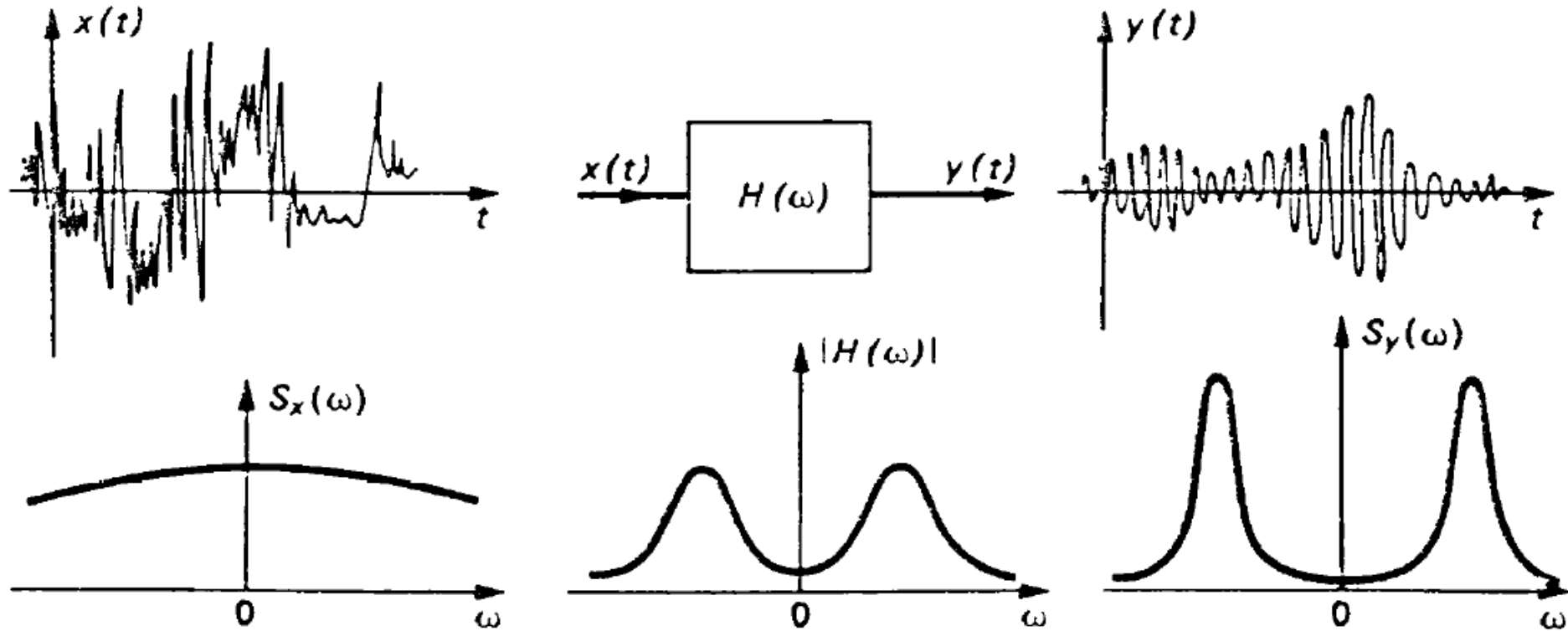
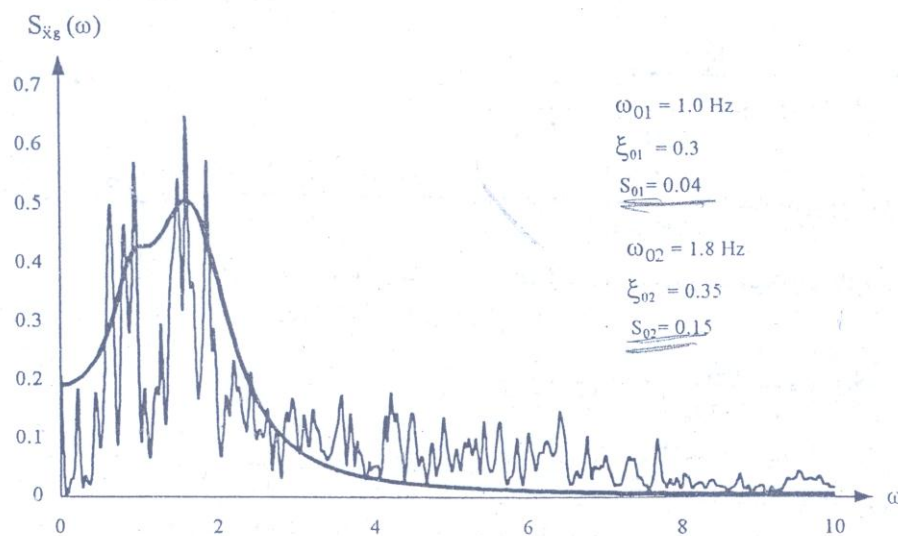
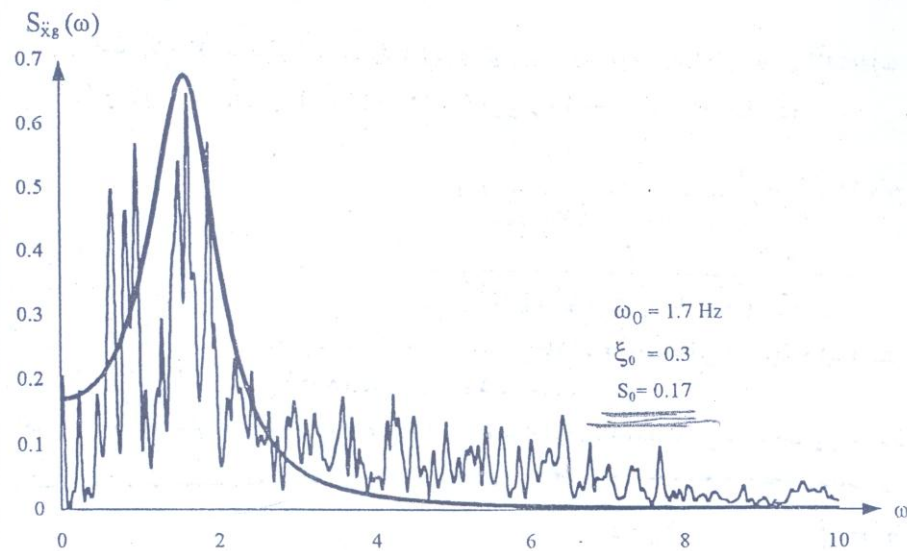


Fig. 7.2 Response spectral density  $S_y(\omega)$  for a single degree-of-freedom oscillator subjected to a white noise force input  $S_x(\omega) = S_0$ .





شکل (۶-۸): مدل تابع چگالی طیفی کانایی - تاجیمی سازگار با

چگالی طیفی میانگین زلزله های همپایه شده شکل (۶-۷)

# ارتعاشات پیشا در سیستم های MDOF

8

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

□ معادله حرکت برای یک سیستم چند درجه آزادی به صورت ماتریسی نوشته می شود.

$$\square [M]\{\ddot{Y}(t)\} + [C]\{\dot{Y}(t)\} + [K]\{Y(t)\} = \{P(t)\} \quad \{P(t)\} = -[M]\{r\}\ddot{X}_g(t)$$

$$\square \{Y(t)\} = \sum_{j=1}^N \{\varphi_j\} V_j(t)$$

□ در سیستم های چند درجه آزاد خطی با میرایی کلاسیک می توان از روش آنالیز مودال استفاده کرد. در این روش معادله حرکت برای هر مود به صورت زیر نوشته می شود.

$$\square \ddot{V}_j(t) + 2\zeta_j\omega_j\dot{V}_j(t) + \omega_j^2 V_j(t) = -\gamma_j\ddot{X}_g(t) \quad \gamma_j = \{\varphi_j\}^T \{r\}$$

□ پاسخ آن از روش انتگرال دو هامل به صورت زیر خواهد بود

$$\square \{Y(t)\} = \sum_{j=1}^N \gamma_j \{\varphi_j\} \int_0^t \ddot{X}_g(\tau) h_j(t - \tau) d\tau$$

□ در حالت کلی تر

$$\square \{R(t)\} = \sum_{j=1}^N \gamma_j \psi_j \int_0^t \ddot{X}_g(\tau) h_j(t - \tau) d\tau$$

□  $\{\varphi_j\}$  بردار است ولی  $\psi_j$  می تواند بردار یا اسکالر باشد.



□ حال خواص آماری با مباحث دینامیکی ترکیب می شود (همانند آنچه که در مورد سیستم یک درجه آزادی انجام شد).

□ 
$$E[R(t)] = \sum_{j=1}^N \gamma_j \psi_j E[\ddot{X}_g(t)] H_j(\omega = 0)$$

□ از آنجایی که فرض می شود محرک ورودی zero mean است پاسخ نیز zero mean خواهد بود.

□ با استفاده از خاصیت خود همبستگی داریم

□ 
$$E[R^2(t)] = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \gamma_j \gamma_k \psi_j \psi_k \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{X}_g}(\omega) H_j^*(\omega) H_k(\omega) d\omega$$

□ که حالت تعمیم یافته یک درجه آزادی است. اعضای قطری و غیر قطری را جدا می کنیم.

□ 
$$\begin{aligned} E[R^2(t)] &= \sum_{j=1}^N \gamma_j^2 \psi_j^2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{X}_g}(\omega) |H_j^*(\omega)|^2 d\omega \\ &+ \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \gamma_j \gamma_k \psi_j \psi_k \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{X}_g}(\omega) H_j^*(\omega) H_k(\omega) d\omega \end{aligned}$$



# ارتعاشات پیشا در سیستم های MDOF

10

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

□ که با انجام یک سری عملیات جبری به صورت زیر در می آید:

$$\square E[R^2(t)] = \sum_{j=1}^N R_j^2 + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N R_{jk}$$

□ که در آن

$$\square R_j^2 = \gamma_j^2 \psi_j^2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{X}_g}(\omega) |H_j(\omega)|^2 d\omega$$

$$\square R_{jk} = \gamma_j \gamma_k \psi_j \psi_k \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\ddot{X}_g}(\omega) N(\omega) |H_j(\omega)|^2 |H_k(\omega)|^2 d\omega$$

$$\square N(\omega) = (\omega_j^2 - \omega^2)(\omega_k^2 - \omega^2) + 4\zeta_j \zeta_k \omega_j \omega_k \omega^2$$

□ با استفاده از همبستگی مودها داریم (اولین بار در سال ۱۹۶۹)

$$\square R_{jk} = \rho_{jk} R_j R_k$$

□ در ۴۵ سال اخیر فرمول های مختلفی برای محاسبه ضریب همبستگی ارائه شده است که همگی آن ها با فرض نوفه سفید برای محرک ورودی بوده است. در کورگیان (ایرانی-دانشگاه ایلینوی) در سال ۱۹۸۱ این رابطه را با فرض برابری میرایی های مودی به صورت زیر به دست آورد.

$$\rho_{jk} = \frac{8\zeta_n^2 r^{3/2}(1+r)}{(1-r^2)^2 + 4\zeta_n^2 r(1+r)^2}$$

□ که در آن

$$\zeta_n = \zeta_j = \zeta_k \quad \text{و} \quad r = \frac{\omega_k}{\omega_j} \quad \text{و} \quad r = 1 \Rightarrow \rho_{jk} = 1$$

□ که به این روش CQC (Complete Quadratic Combination) می گویند. که در آیین نامه ۲۸۰۰ مورد استفاده قرار گرفته و برای سازه های منظم و برشی روش ساده و قابل قبولی است.

□ در حالت کلی این ضریب تابعی از مشخصات سیستم و محرک ورودی است. ولی بیشترین ارتباط را با نسبت فرکانس های مودی دارد. به طوری که هرچه این فرکانس ها به هم نزدیکتر باشد، همبستگی بیشتر بوده و در نظر گیری اندرکنش مودها لازم تر می باشد.

□ لازم به ذکر است که جمله مربوط به اندرکنش مودها معمولاً منفی است و عملکرد کاهشی دارد.

□ در صورتی که جمله مربوط به اندرکنش مودها حذف شود، روش SRSS به دست می آید.

□ محتمل ترین مقدار پاسخ از جذر  $E[R^2(t)]$  به دست می آید (صفحه ۱۱۰ از آیین نامه ۲۸۰۰ - ویرایش ۳).



## جمع بندی



12

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

- تا به این جا دو روش تاریخچه زمانی و طیفی مورد بررسی قرار گرفت. در این دو روش لازم است مشخصات سازه کاملاً معلوم باشد، بنابراین برای طراحی اولیه سازه ها مناسب نیستند.
- در ادامه روش استاتیکی (شبه استاتیکی یا شبه دینامیکی) مورد بررسی قرار می گیرد که تنها روش برای طراحی اولیه سازه هاست (حتی برج میلاد!).
- روش تحلیل طیفی تا به امروز تنها برای تحلیل خطی سازه ها امکان پذیر است.
- روش تاریخچه زمانی تنها برای یک زلزله خاص قابل انجام است و همانند روش طیفی نمی توان مجموعه ای از زلزله ها در طیف ورودی در نظر گرفت (در عمل تنها ۱۰ درصد از سازه ها با این روش تحلیل می شوند).

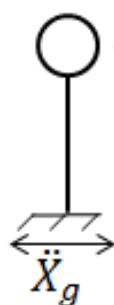
# روش استاتیکی معادل-تاریخچه

13

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

- تا اوایل قرن بیستم نیروهای زلزله در طراحی سازه ها دیده نمی شد. ولی بعد از زلزله سینارجیو ایتالیا نیروی زلزله به صورت یک نیرو در زیر سازه متناسب وزن سازه در نظر گرفته شد. این موضوع در مثال زیر نشان داده شده است.



$$V_b(t) = f(t) = m\ddot{X}_g = \frac{W}{g}\ddot{X}_g = \frac{\ddot{X}_g}{g}W = C.W$$

- تلاش برای محاسبه ضریب C قدمتی صدساله دارد.
- تا قبل از سال ۱۹۸۱ این ضریب با تجربه در نظر گرفته می شد. از سال ۱۹۸۱ که رفتار دینامیکی سازه ها شناخته شده بود، این ضریب به صورت زیر در نظر گرفته شد.

$$C = \frac{ABI}{R}$$

- در این فرمول A شتاب مبنای طرح (با توجه به میزان لرزه خیزی منطقه)، B ضریب بازتاب (پاسخ) سازه (با توجه به مشخصات دینامیکی سازه و نوع خاک)، I ضریب اهمیت سازه (با توجه به سطح خطر مورد نظر) و R ضریب رفتار سازه (با توجه به شکل پذیری و ... سازه)
- ضرایب A و I از تحلیل خطر به دست می آید که در ادامه مرور می شود.
- این روش تنها برای سازه های منظم و برشی قابل استفاده است.

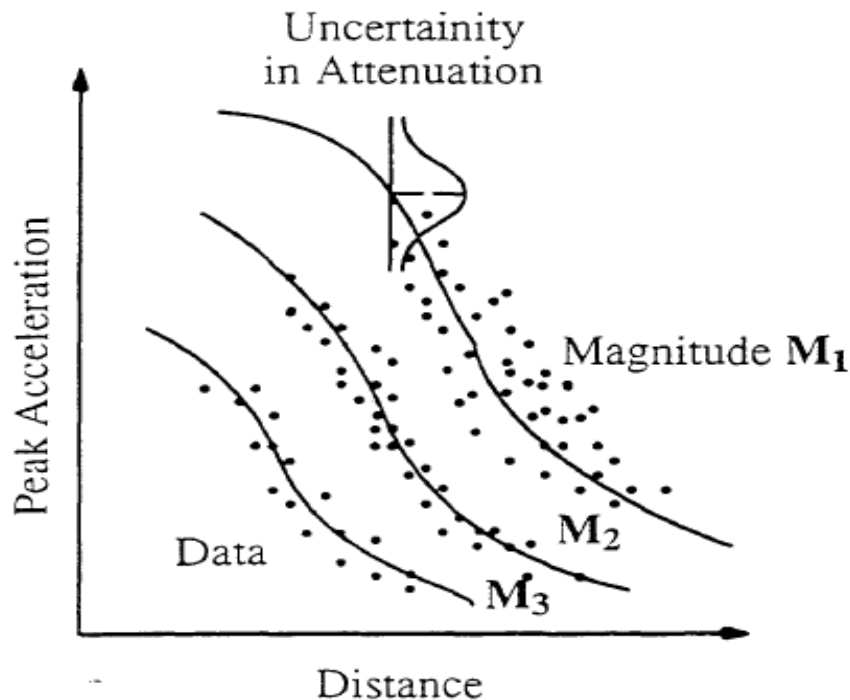
# مروری بر تحلیل ریسک

14

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

- هدف از تحلیل خطر برآورد خطر زلزله در آینده بر اساس نتایج گذشته است. برای این منظور یکی از پارامترهای شتابنگاشت مثل PGA انتخاب شده و احتمال وقوع آن با توجه به زلزله های گذشته و گسل های فعال محاسبه می شود، که در نهایت نمودار منحنی خطر (Hazard Curve) به دست می آید.
- برای این منظور لازم است رابطه ای بین PGA در محل سایت (در سطح زمین) و پارامترهای موثر بر آن مثل فاصله از گسل، بزرگی زلزله و نوع خاک و ... پیدا کرد. از آنجایی که مقدار PGA با افزایش فاصله کاهش می یابد به آن رابطه کاهندگی می گویند.



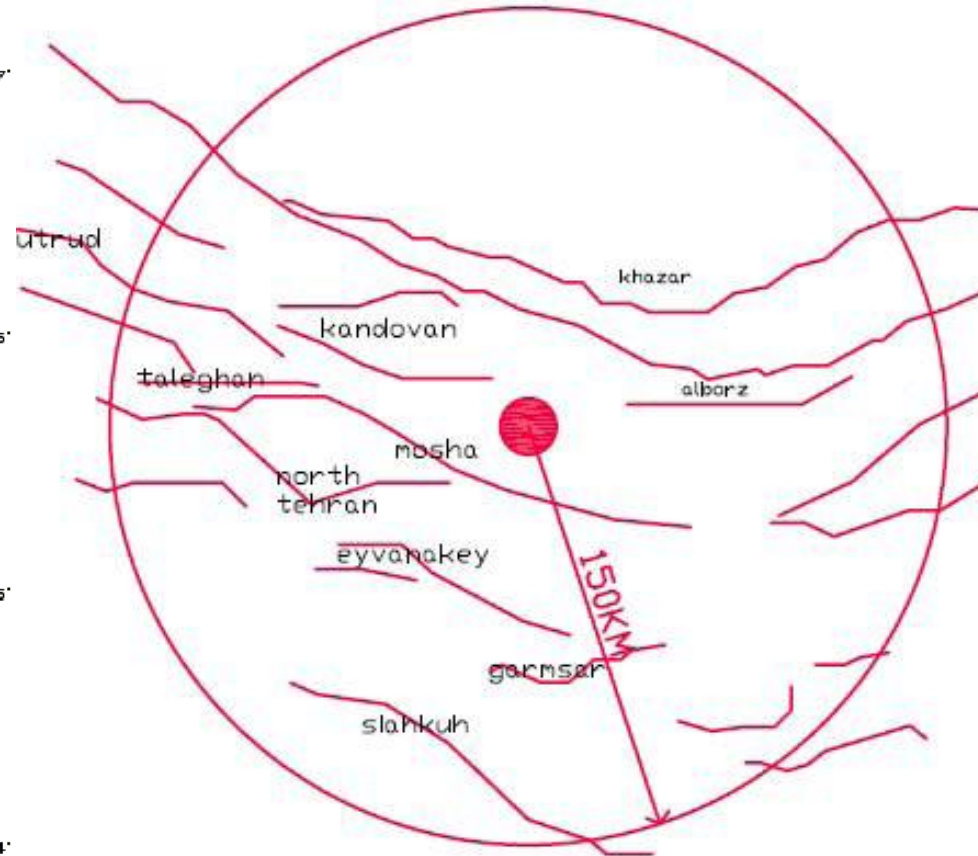
- برای پیدا کردن این رابطه لازم است تمام زلزله های موجود در منطقه موردنظر (به شعاع ۱۰۰ تا ۵۰۰ کیلومتر) در نظر گرفته شود. توجه شود که نیازی به شتابنگاشت این زلزله ها نیست و تنها مشخصات آن ها کافی است.
- روابط آماده کاهندگی نیز برای مناطق مختلف وجود دارد (مثل رابطه آشتیانی-زارع).







محمد حسین بهشتی خواه





# منحنی خطر

17

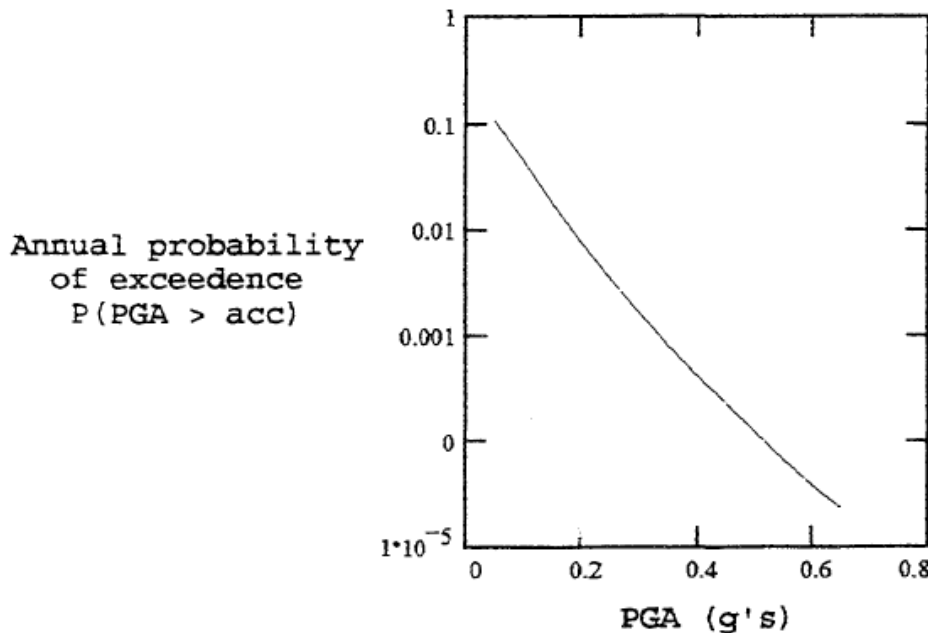
beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

از آنجایی که زلزله فرآیندی احتمالاتی است، لازم است نتایج مربوط به رابطه کاهندگی با توجه به گسل های فعال منطقه با استفاده از تئوری احتمالات تلفیق شود که در نهایت منجر به تولید منحنی خطر می شود.

شکل کلی منحنی خطر به صورت زیر است.

Hazard curve for LINE source  
using Boore, Joyner & Fumal  
(1993) attenuation expression.



به این روش از محاسبه PGA که به صورت احتمالاتی است به اختصار PSHA (Probabilistic Seismic Hazard Analysis) می گویند.

روش دیگر DSHA (D=Deterministic) است.

محور قائم از منحنی خطر معمولاً به صورت در صد خطر در عمر مفید سازه (معمولاً ۵۰ سال) رسم می شود.

# شتاب مبنای طرح (A) و ضریب اهمیت (I)

18

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

- مقدار A در آیین منامه برای ساختمان های معمولی (سطح خطر DBE) ارائه شده است که خطر لرزه خیزی منطقه بستگی دارد. هرچه خطر لرزه خیزی بیشتر باشد منحنی سطح خطر بالاتر از دیگر منحنی ها قرار گرفته و مقدار A (شتاب مبنای طرح) بیشتر می شود.
- بعد از تعیین منحنی خطر مربوط به منطقه مورد نظر می توان مقدار PGA را برای هر درصد خطری به دست آورد. درصد خطر برای ساختمان های معمولی ۱۰ درصد در ۵۰ سال در نظر گرفته می شود. هرچه اهمیت سازه بیشتر باشد درصد خطر کمتری باید در نظر گرفته شود. این موضوع در آیین نامه در ضریب اهمیت سازه بازتاب یافته است.

جدول ۲ نسبت شتاب مبنای طرح در مناطق با لرزه فیزی مختلف

منطقه	توصیف	نسبت شتاب مبنای طرح
۱	پهنه با خطر نسبی خیلی زیاد	۰/۳۵
۲	پهنه با خطر نسبی زیاد	۰/۳۰
۳	پهنه با خطر نسبی متوسط	۰/۲۵
۴	پهنه با خطر نسبی کم	۰/۲۰

جدول ۵ ضریب اهمیت سافتمان

طبقه بندی سافتمان	ضریب اهمیت
گروه ۱	۱/۴
گروه ۲	۱/۲
گروه ۳	۱/۰
گروه ۴	۰/۸



# جمع بندی روش استاتیکی معادل

## □ مزایا:

1. آسان و بسیار کم هزینه
2. عدم نیاز مدل دینامیکی سازه
3. تنها روش برای طراحی اولیه
4. مناسب برای ساختمان های منظم برشی با ارتفاع کمتر از ۵۰ متر از تراز پایه

## □ معایب:

1. دقت کم، به دلیل عدم در نظرگیری توزیع سختی و جرم
2. معمولاً نتایج بیش از حد واقعی
3. عدم بهینه بودن



# مراجع (تحلیل ریسک)

20

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

□ Russeell A.GREEN and William J. Hall

"an overview of selected seismic hazard analysis methodologies" , university of ILLIONS at URBANA\_CHAMPAIGN URBANA,ILLINOIS,August 1994

□ میر حسینی-سید مجد الدین، "مهندسی ژئوتکنیک لرزه ای" تهران: پژوهشگاه بین المللی لرزه شناسی و مهندسی زلزله، ۱۳۷۸

□ زارع -مهدی "مقدمه ای بر لرزه شناسی کاربردی" ، تهران: پژوهشگاه بین المللی لرزه شناسی و مهندسی زلزله

□ نیکوکار-مهدی ،عربزاده-بهمن ،آمار و احتمالات کاربردی ،تهران:آزاده ، ۱۳۸۲

□ جزوه درس تحلیل خطر دکتر آشتیانی ، پژوهشگاه بین المللی لرزه شناسی و مهندسی زلزله



# مراجع (مهندسی زلزله)



21

beheshtikhah@gmail.com

محمد حسین بهشتی خواه

- 1-Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- 2-Meirovitch, Leonard (2001) *Fundamentals of Vibrations*, McGraw-Hill Companies, Inc., New York, NY.
- 3-Clough, R. W. and Penzien, J. (2003). *Dynamics of Structures*, Computers & Structures, Inc., United States.
- 4-Ghafory-Ashtiany M. *Random Vibrations* (in Farsi). International Institute of Earthquake Engineering and Seismology: Tehran, Iran.