برای دانلود جزوات آموزشی به www.hoseinzadeh.net مراجعه کنید.

**بنام خدا**

# پاسخ تشریحی مکانیک جامدات
# کنکور دکتری ۹۴، ۹۵ و ۹۶

مسعود حسین زاده اصل

۹۶/۱/۲۵

**فهرست مطالب**

۱- مقدمه ..... ۲
۲- پاسخ تشریحی سوالات دکتری ۹۴ ..... ۳
۳- پاسخ تشریحی دکتری ۹۵ ..... ۱۹
۴- پاسخ تشریحی دکتری ۹۶ ..... ۳۲

## ۱-مقدمه

با توجه به تشابه سوالات مکانیک جامدات مربوط به کنکور ارشد و دکتری، سوالات کنکور دکتری می تواند منبع مناسبی برای داوطلبان شرکت در کنکور ارشد باشد. به همین جهت پاسخ تشریحی سه سال اخیر کنکور دکتری را در این نوشتار آماده کرده ام تا مورد استفاده قرار گیرد.

جزوات مقاومت و تحلیل اینجانب را می توانید از سایت بنده به رایگان دانلود نمایید:

www.hoseinzadeh.net

این جزوات بروز نشده اند (مربوط به دو سال پیش می باشند) ولی در آینده نزدیک ویرایش جدید آنها در سایت قرار خواهد گرفت (از طریق کانال تلگرام اطلاع رسانی خواهد شد).

لینک عضویت در کانال تلگرام:

- ✓ در صورتی که در حل سوالات به اشتباهی برخوردید، ممنون می شوم که از طریق کانال تلگرام و یا ایمیل زیر اطلاع دهید تا اصلاح کنم.

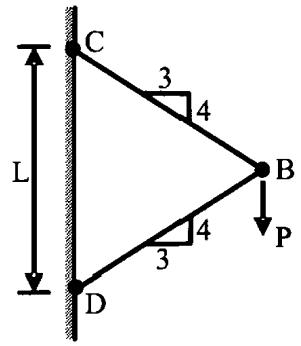
حسین زاده اصل
hoseinzadeh.m@gmail.com
www.hoseinzadeh.net
@hoseinzadehasl

ارسال مطلب از طریق کانال تلگرام:
@mhoseinzadehasl

۱۳۹۶/۲/۲۵

## ۲-پاسخ تشریحی سوالات دکتری ۹۴

۱- **نیروی P در نقطهٔ B بر دو میله با سطح مقطع یکنواخت و برابر A وارد می‌شود. تغییر مکان عمودی نقطهٔ B کدام است؟ (E مدول ارتجاعی میله‌ها می‌باشد.)**




۱) $0.83\frac{PL}{AE}$

۲) $0.73\frac{PL}{AE}$

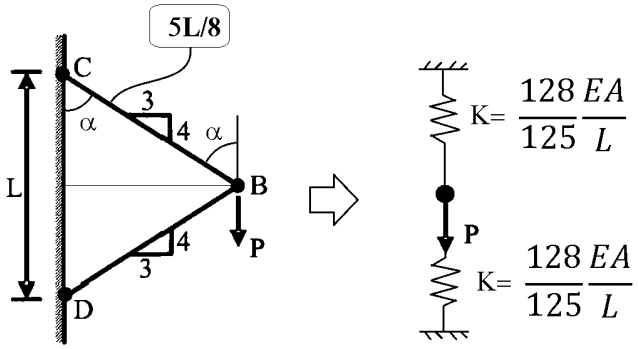
۳) $0.36\frac{PL}{AE}$

۴) $1.4\frac{PL}{AE}$

یکی از میله ها در فشار خواهد بود و دیگری در کشش خواهد بود. با توجه به تقارن و نقطه B تنها حرکت قائم خواهد داشت. بنابراین می توان میله های مایل را بافنر معادل سازی کرد:

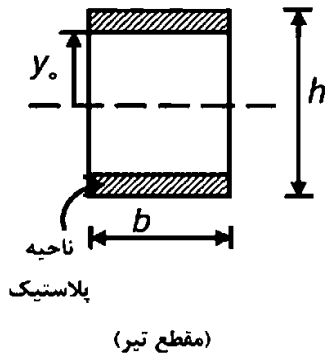
$$K = \frac{EA}{L} \times Cos^2\alpha = \frac{EA}{\frac{5L}{8}} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{128}{125}\frac{EA}{L}$$

$$\Delta = \frac{P}{2K} = \frac{P}{\left(\frac{256EA}{125L}\right)} = \frac{125PL}{256EA} = 0.488\frac{PL}{EA}$$




- نکته: این مساله به راحتی با روش کار مجازی نیز قابل حل است.

**۲- اگر بخشی از مقطع یک تیر تحت اثر ممان خمشی پلاستیک شده و رفتار ماده مورد مصرف، الاستیک کاملاً پلاستیک و تنش تسلیم آن برابر $\sigma_y$ باشد، ممان وارده در این مقطع تیر کدام است؟**




(مقطع تیر)

۱) $\sigma_y b\frac{h^2}{4}$

۲) $\sigma_y b\frac{h^2}{6}$

۳) $\sigma_y b(\frac{h^2}{4}-\frac{y_0^2}{3})$

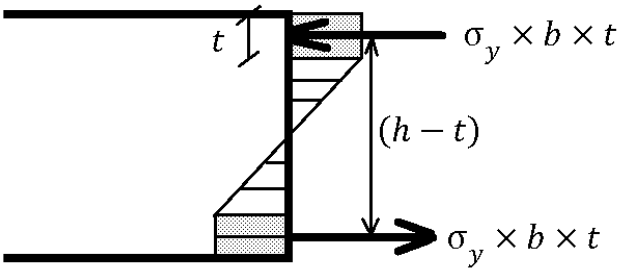
۴) $\sigma_y b(\frac{h^2}{6}-\frac{y_0^2}{4})$

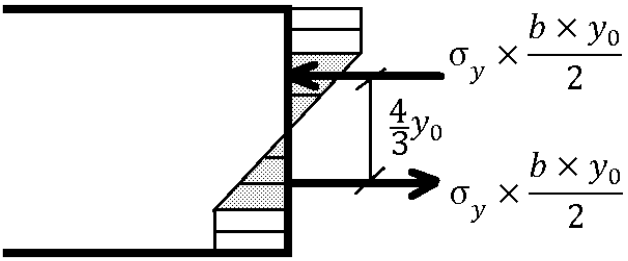
گزینه۳

$$M=\left(\sigma_y\times b\times t\right)(h-t)+\left(\sigma_y\times\frac{b\times y_0}{2}\right)\left(\frac{4}{3}y_0\right)=\sigma_y b\left(ht-t^2+\frac{2y_0^2}{3}\right)$$

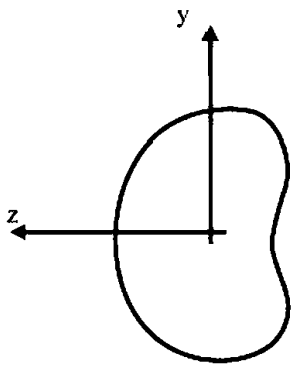
$$\xrightarrow{t=\frac{h}{2}-y_0}\quad=\sigma_y b\left(h\left(\frac{h}{2}-y_0\right)-\left(\frac{h}{2}-y_0\right)^2+\frac{2y_0^2}{3}\right)$$

$$=\sigma_y b\left(\frac{h^2}{4}-\frac{y_0^2}{3}\right)$$




**۳- شرط لازم برای اینکه معادله اساسی خمشی $\sigma=\frac{-My}{I}$ برای یک مقطع نامتقارن تحت ممان خمشی $M=M_z$ مطابق شکل برقرار باشد چه است؟**




۱) ممان خمشی $M_y$ و یا حاصلضرب اینرسی $I_{yz}$ برابر صفر باشد.

۲) حاصلضرب اینرسی $I_{yz}$ مخالف صفر باشد.

۳) ممان خمشی $M_y$ مخالف صفر باشد.

۴) هیچگونه شرطی نیاز نمی‌باشد.

گزینه ۱

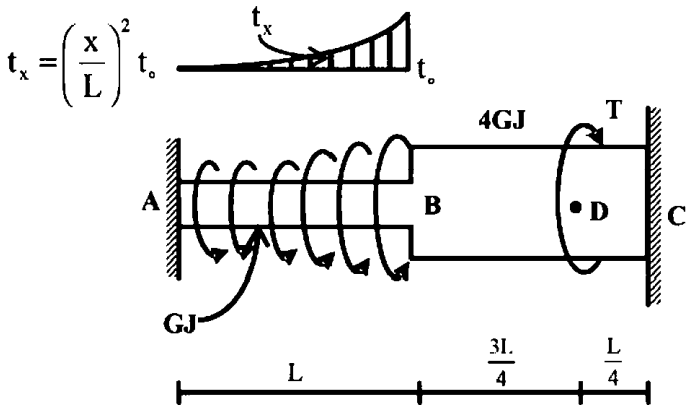
۴- **عضو ABC تحت بارگذاری پیچشی مطابق شکل قرار می‌گیرد. مقدار T را طوری تعیین کنید که عکس‌العمل A صفر شود؟**

۱) $\frac{Lt_0}{3}$

۲) $\frac{2Lt_0}{3}$

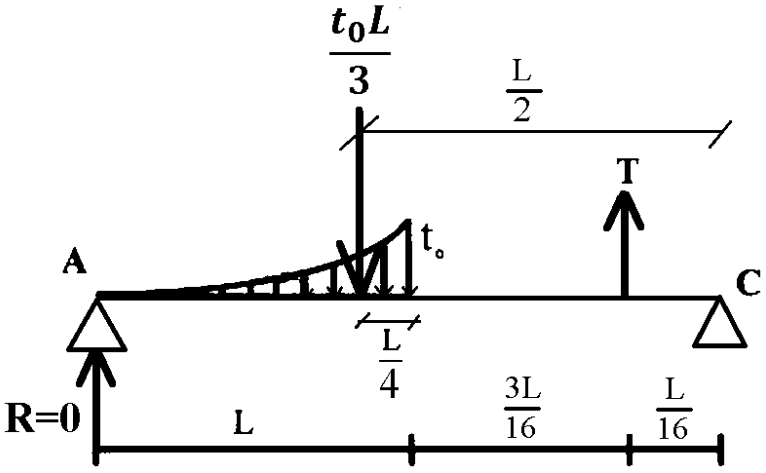
۳) $\frac{Lt_0}{4}$

۴) $\frac{Lt_0}{5}$

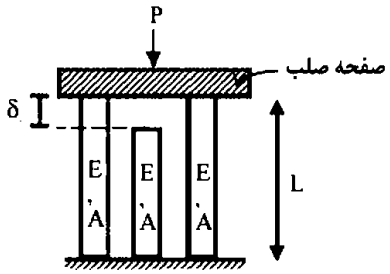



گزینه؟

$$\sum M_C = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{t_0 L}{3} \times \frac{L}{2} - T \times \frac{L}{16} = 0 \quad \rightarrow \quad T = \frac{8}{3} t_0 L$$



**۵- در سازه‌ی متقارن زیر، نیروی P در وسط یک صفحه‌ی صلب که بر روی سه تکیه‌گاه الاستیک قائم قرار دارد وارد می‌شود. هر سه تکیه‌گاه از مصالح یکسان ساخته شده و سطح مقطع مشابهی دارند و فقط تکیه‌گاه وسط به اندازه‌ی $\delta_\circ$ کوتاهتر از L است. اگر $\delta_\circ < \frac{\sigma_{all} L}{E}$ باشد، حداکثر نیروی مجاز P چه قدر است؟ ($\sigma_{all}$ تنش مجاز مصالح است)**




۱) $2\sigma_{all}A$

۲) $3\sigma_{all}A$

۳) $[3\sigma_{all} - \frac{\delta_\circ E}{L}]A$

۴) $3[\sigma_{all} - \frac{\delta_\circ}{L}E]A$

گزینه ۱

میله وسط نیرویی احساس نخواهد کرد. چون قبل از رسیدن صفحه صلب به میله وسط، میله های کناری از حد تنش مجاز رد خواهند شد و مجاز به ادامه بارگذاری نخواهیم بود.

در مرحله اول نیرو بین دو میله کناری به صورت مساوی تقسیم می شود.

حداکثر **نیروی مجاز میله** برابر است با:

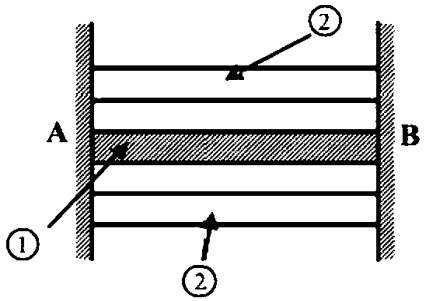
$$F_{all} = \sigma_{all} A$$

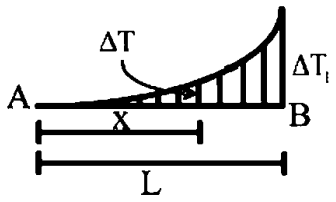
بنابراین **$\delta$ مجاز میله** برابر است با:

$$\delta_{all} = \frac{F_{all} L}{EA} = \frac{\sigma_{all} L}{E}$$

مقدار $\delta$ در شکل بیش از حد مجاز است و بنابراین کل نیرو را دو میله به تنهایی تحمل خواهند کرد. با توجه به اینکه نیروی مجاز هر میله برابر $F_{all} = \sigma_{all} A$ می باشد، مقاومت کل سیستم برابر $2\sigma_{all} A$ خواهد بود.

۶- **مقطع مرکبی شامل هسته ۱ و پوسته ۲ به طول L بین دو تکیه‌گاه صلب قرار گرفته و به صورت غیر یکنواخت تحت گرادیان حرارتی $\Delta T$ قرار می‌گیرد به طوریکه در فاصله x از انتهای A افزایش حرارت با رابطهٔ $\Delta T = \Delta T_1 . \frac{x^2}{L^2}$ بیان می‌شود. چنانچه روابط زیر برای مشخصات پایه دو جزء فرض شود نسبت تنش $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ کدام است؟** $E_2 = E_1 \ , \ A_2 = \frac{1}{2}A_1 \ , \ \alpha_2 = 2\alpha_1$




۱) $\frac{1}{4}$

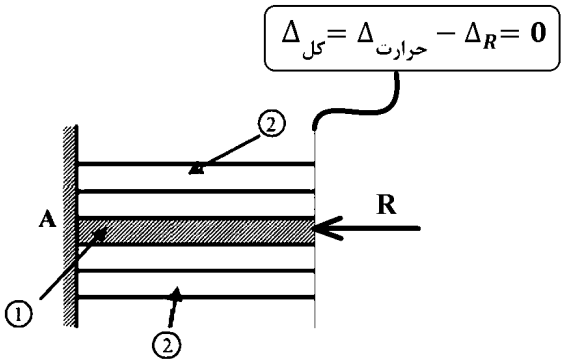
۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) ۲

گزینه ۲

تغییر طول هر دو میله باید صفر باشد:




برای مثال در **میله ۱** (هسته) داریم:

$$\Delta_{\text{حرارت-هسته}} = \int_0^l \alpha_1 T \frac{x^2}{L^2} dx = \frac{\alpha_1 TL}{3}$$

$$\Delta_{R-\text{هسته}} = \frac{R_1 L}{E_1 A_1}$$

در این روابط $R1$ نیروی وارد بر هسته و $R2$ نیروی وارد بر پوسته می باشد:

$$\Delta_{\text{کل}} = \Delta_{\text{هسته حرارت}} - \Delta_{R-\text{هسته}} = \left(\frac{\alpha_1 TL}{3}\right) - \left(\frac{R_1 L}{E_1 A_1}\right) = 0 \qquad \rightarrow R_1 = \frac{\alpha_1 TE_1 A_1}{3}$$

به همین ترتیب در میله ۲ (پوسته) نیز داریم:

$$R_2 = \frac{\alpha_2 TE_2 A_2}{3}$$

نسبت تنشها برابر است با:

$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \frac{R_1}{A_1} = \frac{\alpha_1 TE_1}{3} \\ \sigma_2 = \frac{R_2}{A_2} = \frac{\alpha_1 TE_2}{3} \end{cases} \qquad \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\alpha_1 E_1}{\alpha_2 E_2} = \frac{1}{2}$$

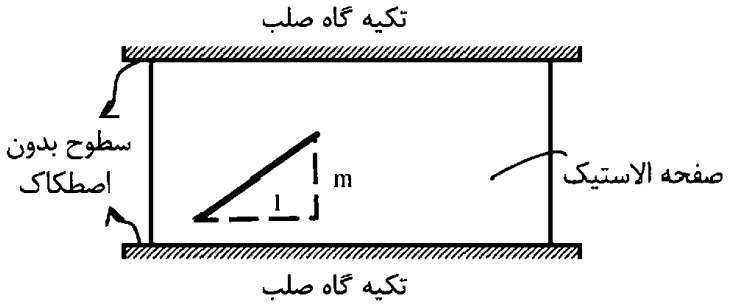
**۷- صفحه نازکی از ماده‌ی الاستیک طبق شکل بین سطوح بدون اصطکاک دو تکیه‌گاه صلب قرار گرفته است. در دمای $T_0$ صفحه بدون تنش است و خطی به شیب m بر روی آن علامت زده می‌شود. کدام مورد به شیب خط پس از افزایش دمای $\Delta T$ در صفحه نزدیک‌تر است؟ (ضریب پواسون صفحه $\nu$ و $\alpha\Delta T << 1$)**

۱) $m[1+\alpha\Delta T]$

۲) $m[1-\alpha\Delta T]$

۳) $m[1+(1+\nu)\alpha\Delta T]$

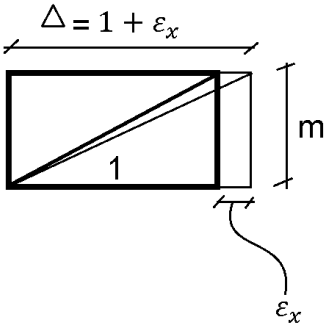
۴) $m[1-(1+\nu)\alpha\Delta T]$




ابتدا باید عکس العمل های تکیه گاهی (در اینجا عکس العمل ها از جنس $\sigma_y$ هستند) را بیابیم حرارت موجب انبساط می شود ولی تکیه گاه های قائم مانع از افزایش طول در راستای y می شوند:

$$\varepsilon_y = 0 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} + \alpha T = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_y = -\alpha T E$$

در راستای افقی تکیه گاهی نداریم و $\sigma_x$ صفر است.




$$\varepsilon_x = +\alpha T - \nu\frac{\sigma_y}{E} = \alpha T + \nu\frac{E\alpha T}{E} = \alpha T(1+\upsilon) \qquad \rightarrow \quad \Delta = 1 + \varepsilon_x = 1 + \alpha T(1+\upsilon)$$

بنابراین شیب جدید برابر است با:

$$\frac{m}{\Delta} = \frac{m}{1+\alpha T(1+\upsilon)} = m\big(1-\alpha T(1+\upsilon)\big)$$

**۸- ظرفی استوانه‌ای با مقطع دایره با شعاع خارجی یک متر توسط تسمه‌های فولادی با سطح مقطع پنجاه میلیمتر مربع (عرض ۲۵ و ضخامت دو میلیمتر) به طور محکم دور پیچ شده است. اگر براثر فشار داخلی قطر خارجی ظرف به اندازه یک میلیمتر افزایش یابد، افزایش نیرو در هر تسمه برحسب kN حدوداً چقدر است؟ مدول ارتجاعی فولاد $E = 200GPa$ می‌باشد.**

۱) ۲/۵

۲) ۵

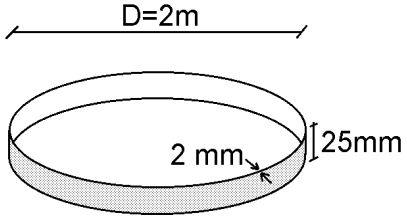
۳) ۱۰

۴) ۲۰

گزینه ۲

$$\Delta = \pi(D+1) - \pi D = 1\pi \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\Delta}{L} = \frac{1\pi}{\pi D} = 0.0005$$

$$\rightarrow \quad F = \sigma A = \varepsilon E A = 0.0005 \times 200 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-6} = 5\ kN$$



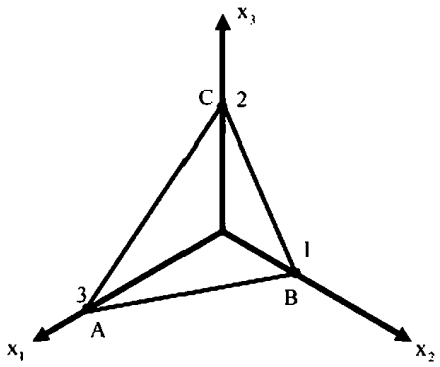
۹- میدان تانسور در نقطه‌ای به صورت $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۴ \\ ۲ & ۴ & ۲ \end{bmatrix} \times ۱۰^{۲}\,(MPa)$ داده شده است. بردار تنش بر روی صفحه‌ای که از سه نقطه $A(۳,۰,۰)$ , $B(۰,۱,۰)$ , $C(۰,۰,۲)$ می‌گذرد، کدام است؟

۱) $۱۴/۶(\vec{e}_۱ + ۳\vec{e}_۲ + ۲\vec{e}_۳)$

۲) $۲۸/۶(۳\vec{e}_۱ + ۴\vec{e}_۲ + ۱۷\vec{e}_۳)$

۳) $۱۴/۶(۲\vec{e}_۱ + ۶\vec{e}_۲ + ۳\vec{e}_۳)$

۴) $۲۸/۶(۳\vec{e}_۱ + \vec{e}_۲ + ۲\vec{e}_۳)$




گزینه ؟

اگر "تانسور تنش" به "بردار یکه نرمال یک سطح" ضرب شود، حاصل برداری خواهد بود که نشان دهنده بردا تنش بر روی آن سطح خواهد بود.

یافتن بردار یکه نرمال سطح:

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1 \qquad \rightarrow \quad 2x+6Y+3z=6$$

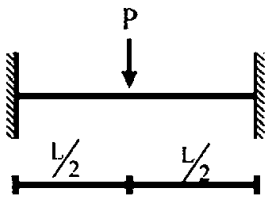
$$\sqrt{2^2+6^2+3^2}=7$$

$$n=\frac{2}{7}i+\frac{6}{7}j+\frac{3}{7}k$$

بردا تنش:

$$10^2\times\begin{bmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 4\\ 2 & 4 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2/7\\ 6/7\\ 3/7\end{bmatrix}=100\begin{bmatrix}\frac{4}{7}+\frac{6}{7}=\frac{10}{7}\\ \frac{12}{7}+\frac{12}{7}=\frac{24}{7}\\ \frac{4}{7}+\frac{24}{7}+\frac{6}{7}=\frac{34}{7}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}142.85\\ 342.85\\ 485\end{bmatrix}$$

**۱۰- یک تیر دو سرگیردار تحت بار متمرکز P که در مرکز آن قراردارد و رفتار P به صورت الاستو ـ پلاستیک کامل در منحنی تنش ـ کرنش می‌باشد، مورد نظر است. نسبت $\frac{P_u}{P_y}$ (که $P_u$ بار نهایی و $P_y$ بار جاری شدن می‌باشد) کدام است؟ EI در کل طول تیر ثابت می‌باشد.**




۱) $\frac{M_P}{M_y}$

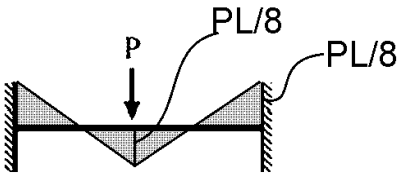
۲) $۲\frac{M_P}{M_y}$

۳) $۴\frac{M_P}{M_y}$

۴) $۸\frac{M_P}{M_y}$

گزینه ۴

**$P_y$ مربوط به شروع تسلیم است.** یعنی وقتی اولین تنش در نقطه ای از تیر به $\sigma_y$ می رسد. در سازه فوق لنگر در وسط تیر و انتهای ان حداکثر می باشد:

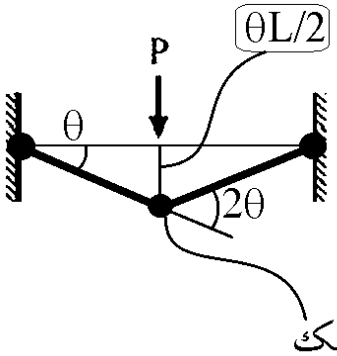


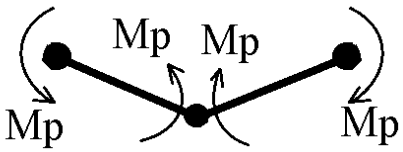

بار تسلیم برابر است با:

$$\frac{PL}{8} < M_y \quad \rightarrow P_y = 8\frac{M_y}{L}$$

**$P_u$ مربوط به تسلیم کامل است.** یعنی وقتی تیر تبدیل به مکانیزم شده است. برای یافتن این بار می توان از روش کار مجازی استفاده کرد:

$$P_u\frac{\theta L}{2} = 2(M_p \times \theta) + M_p \times 2\theta \quad \rightarrow \quad P_u = \frac{8M_p}{L}$$




$$\frac{P_u}{P_y} = 8\frac{M_p}{M_y}$$

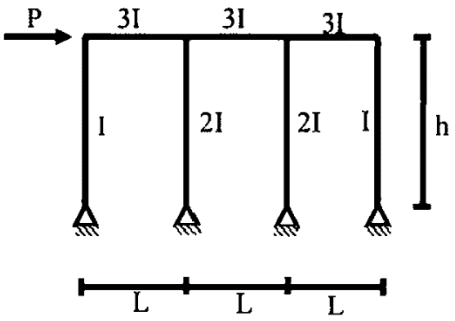
۱۱- **در شکل داده شده حداکثر لنگر در تیرها چقدر است؟**

۱) $\frac{PL}{۲}$

۲) $PL$

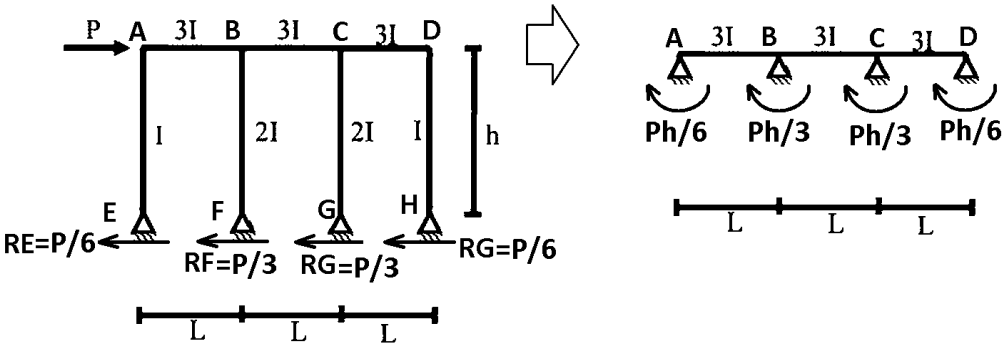
۳) $\frac{Ph}{۶}$

۴) $Ph$




گزینه ۳

بنابه تقارن: $\theta_A = \theta_D$ و $\theta_B = \theta_C$




$$\left.\begin{aligned} M_{AB} &= \frac{Ph}{6} = 4A + 2B \\ M_{BA} + M_{BC} &= \frac{Ph}{3} = (2A + 4B) + (4B + 2C) = 2A + 10B \end{aligned}\right\} 2 \times \frac{Ph}{3} - \frac{Ph}{6} = 18B$$

$$\rightarrow \quad B = \frac{Ph}{36} \qquad \rightarrow \quad A = \frac{Ph}{36}$$

$$M_{AB} = 4A + 2B = \frac{Ph}{6}$$

$$M_{BA} = 4B + 2A = \frac{Ph}{6}$$

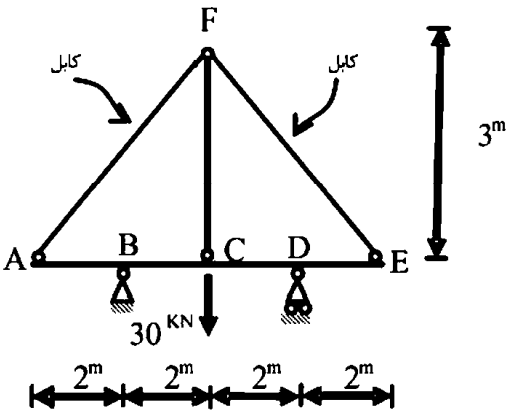
**۱۲- قدر مطلق نیروی محوری در عضو FC چقدر است؟ فرض کنید: (در سیستم متریک) $AE = 1$ ، $EI = 1$**

۱) $\frac{۳۷۱}{۳۶۰}$

۲) $\frac{۳۷۱}{۷۲۰}$

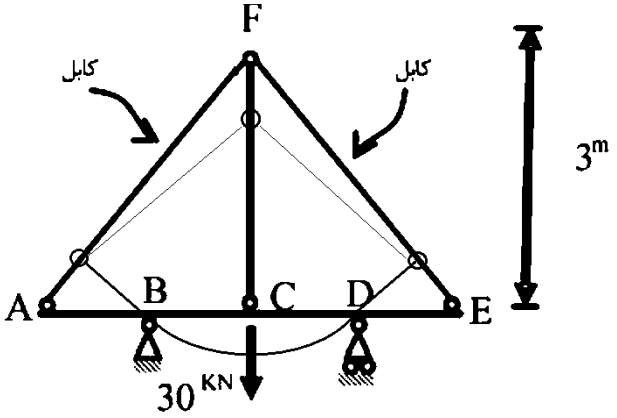
۳) $\frac{۳۶۰}{۳۷۱}$

۴) $\frac{۷۲۰}{۳۷۱}$




پاسخ در گزینه ها نیست.

کابل ها تحت فشار خواهند بود و بنابراین عمل نمی کنند و نیرویشان صفر است. نیروی محوری FC صفر خواهد بود.



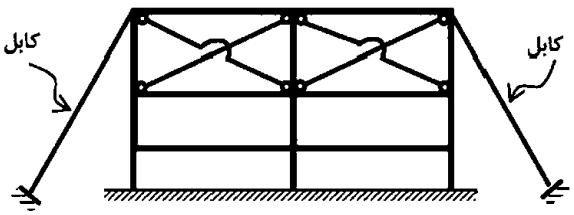

**۱۳- تعداد درجات نامعینی سازه مطابق شکل کدام است؟**

۱) ۱۲

۲) ۱۶

۳) ۱۸

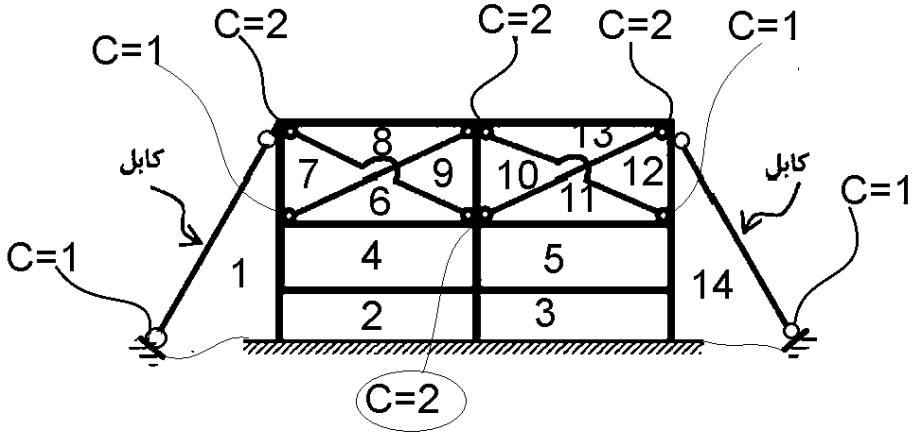
۴) ۲۴



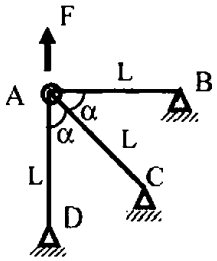

گزینه ۴

دو تقاطع غیر واقعی داریم. بنابراین تعداد نواحی بسته $(2-14)$ خواهد بود. کابلها تنها کشش تحمل می کنند و به همین جهت دوسرمفصل فرض شده اند.

$$n = (14-2) \times 3 - (12) = 24$$



**۱۴- چنانچه x و y تغییر مکان افقی و قائم نقطه A باشد و انرژی کرنشی در سازه $u=\frac{EA}{4L}(3x^2+2xy+3y^2)$ باشد. رابطهٔ نیروی F و تغییر مکان نقطهٔ A کدام است؟**




۱) $F=\frac{4}{3}\frac{EA}{L}x$

۲) $F=\frac{4}{3}\frac{EA}{L}y$

۳) $F=\frac{16}{3}x\frac{EA}{L}$

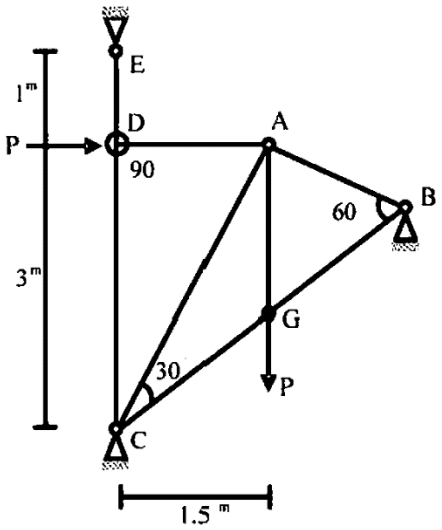
۴) $F=\frac{16}{3}y\frac{EA}{L}$

گزینه ۲

$$\frac{\partial U}{\partial x}=0 \quad \rightarrow \quad \frac{EA}{4L}(6x+2y)=0 \quad y=-3x$$

$$\frac{\partial U}{\partial y}=F \quad \rightarrow \quad \frac{EA}{4L}(+2x+6y)=F \quad \xrightarrow{y=-3x} \begin{cases} F=-\frac{4EA}{L}x \\ F=\frac{4EA}{3L}y \end{cases}$$

**۱۵- در خرپای داده شده EA برای تمامی اعضا ثابت است. نیروی داخلی عضو AB چقدر است؟**



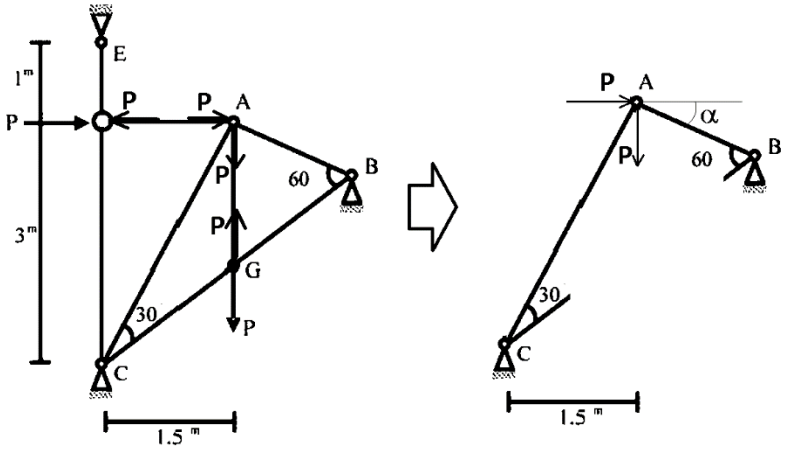

۱) $-\frac{P}{\sqrt{11/25}}$

۲) $-\frac{1/5P}{\sqrt{11/25}}$

۳) $-\frac{3P}{\sqrt{11/25}}$

۴) $-\frac{4/5P}{\sqrt{11/25}}$

گزینه ۴



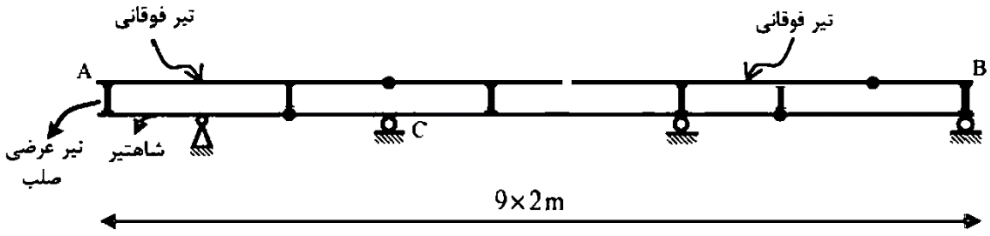

در گره A (شکل فوق) داریم:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow F_{AB}Cos\alpha + P - F_{AC}Sin\alpha = 0 \qquad \rightarrow \qquad F_{AC} = F_{AB}Cot\alpha + \frac{P}{Sin\alpha}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow F_{AB}Sin\alpha + P + F_{AC}Cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad F_{AB}Sin\alpha + P + \left(F_{AB}Cot\alpha + \frac{P}{Sin\alpha}\right)Cos\alpha = 0$$

$$F_{AB} = \frac{-P(1+Cot\alpha)}{(Sin\alpha + Cot\alpha \times Cos\alpha)} = \frac{-P(1+2)}{\left(\frac{1.5}{\sqrt{11.25}} + 2 \times \frac{3}{\sqrt{11.25}}\right)} = \frac{-4.5}{\sqrt{11.25}}P$$

**۱۶- در صورت عبور بار ۵۰۰ کیلوگرمی بر روی تیر فوقانی AB در شکل زیر، بیشترین مقدار عکس‌العمل تکیه‌گاه C برحسب کیلوگرم (kg)، چقدر است؟**




۱) ۶۶۶/۶

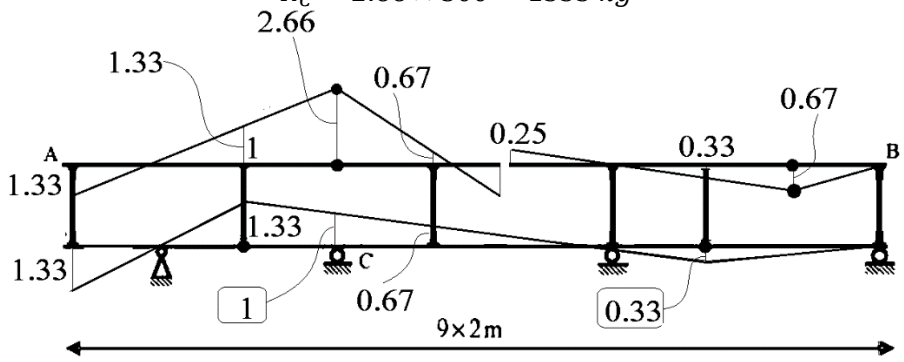
۲) ۱۰۰۰

۳) ۱۳۳۳/۳

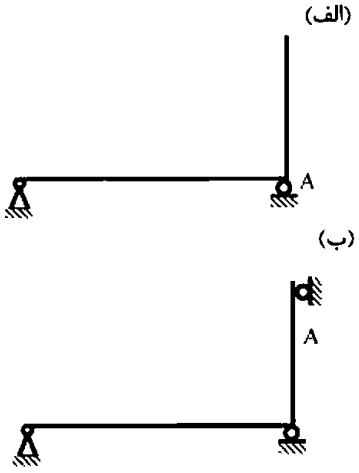
۴) ۳۰۰۰

گزینه ۳

$$R_C = 2.66 \times 500 = 1333\ kg$$




**۱۷- در سازه‌های نشان داده شده در شکل‌های الف و ب، با جایگزینی تکیه‌گاه A با یک فنر ارتجاعی در جهت عکس‌العمل موجود در این نقطهٔ بدون هیچ‌گونه تغییر در بارگذاری، بزرگای عکس‌العمل در نقطهٔ A چگونه تغییر می‌کند؟**




۱) الف: کاهش می‌یابد. ب: کاهش می‌یابد.

۲) الف: کاهش می‌یابد. ب: تغییری نمی‌کند.

۳) الف: تغییری نمی‌کند. ب: کاهش می‌یابد.

۴) الف: تغییری نمی‌کند. ب: تغییری نمی‌کند.

گزینه ۳

سازه الف معین است و عکسل العمل A از روابط تعادل بدست می آید. بنابراین سختی تکیه گاه تاثیری در مقدار نیروی آن ندارد.

سازه ب نامعین است و نیروی به نسبت سختی بین تکیه گاهها تقسیم می شود.

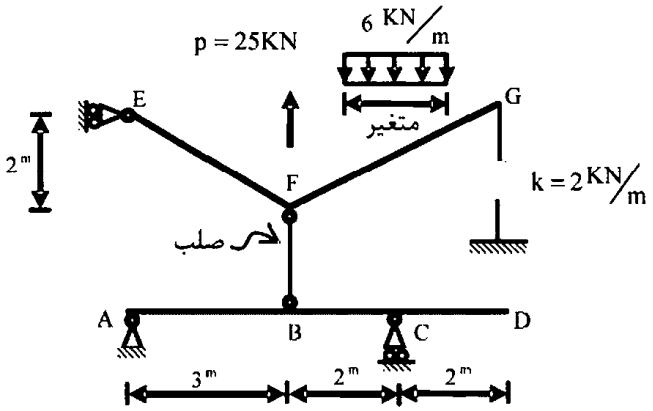
۱۸- بارگسترده یکنواختی به شدت $۶\frac{kN}{m}$ و با طول متغیر و همچنین بار متمرکز P و موقعیت متغیر در فاصله FG به تیر EFG اثر می‌کند. حداکثر قدر مطلق $R_A$ برحسب kN (در جهت قائم) چقدر است؟

۱) $\frac{۲۶}{۵}$

۲) $\frac{۷۴}{۵}$

۳) $\frac{۱۴۴}{۷}$

۴) $\frac{۱۴۸}{۷}$




EI = ثابت

خط تاثیر تیر شیب دار فوقانی به صورت زیر خواهد بود.

- نیروها تنها می توانند در فاصله FG حرکت کنند.

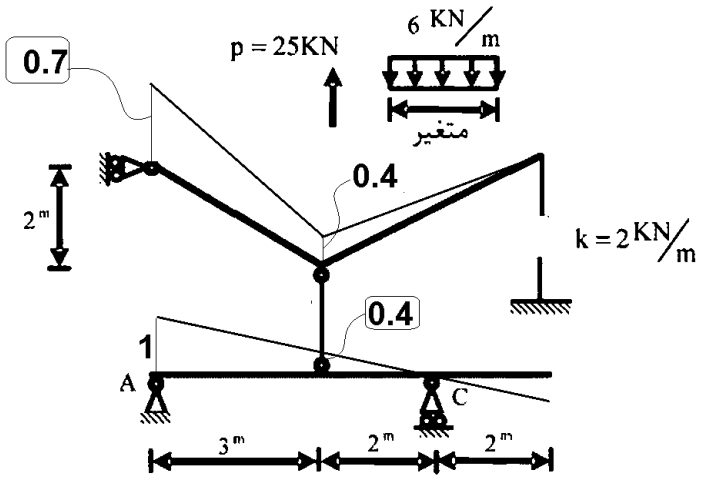
اثر بار متمرکز:

$$-25 \times 0.4 = -10$$

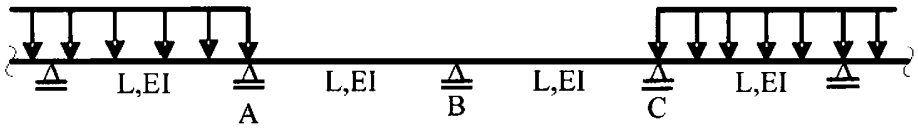
اثر بار گسترده:

$$6\frac{kN}{m} \times \frac{4 \times 0.4}{2} = 4.8$$

- جهت نیروی متمرکز مخالف جهت بار گسترده است و اثر انها از هم کم خواهد شد. بنابراین برای حداکثر شدن عکس العمل بهتر است طول بار گسترده صفر فرض شود (تنها بار متمرکز وارد شود). در این صورت عکس المعل A برابر 10kN خواهد بود که در گزینه وجود ندارد.



۱۹- در تیر یکسرهٔ زیر، لنگرهای تکیه‌گاهی A، B و C، به ترتیب $M_A$، $M_B$ و $M_C$ می‌باشند، دوران تکیه‌گاه B کدام است؟




۱) $\frac{L}{12EI}|M_A - M_C|$

۲) $\frac{L}{12EI}|2M_B + M_A|$

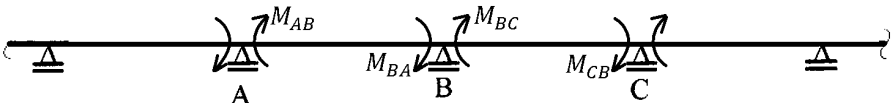
۳) $\frac{L}{6EI}|M_C - M_A + 2M_B|$

۴) $\frac{L}{6EI}|M_C + M_A + 2M_B|$

گزینه ۱

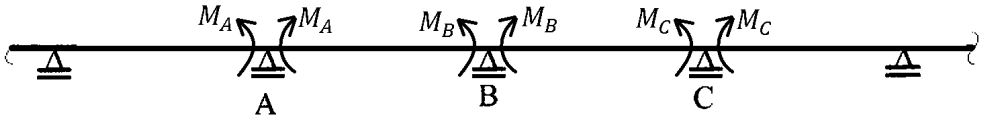
لنگر تکیه گاهها صفر است. احتمالا منظور طراح لنگر داخل تیر می باشد.

در روش شیب افت لنگر ساعت گرد مثبت است:




در شکل فوق $M_{BA} + M_{BC} = 0$ یعنی طبق قرار داد علامت در شکل فوق همیشه در یک نقطه مشخص مانند B لنگر یک طرف مثبت و لنگر طرف دیگر منفی است (مقدار $M_{BC}$ و $M_{BA}$ یکی مثبت بدست خواهد آمد و دیگری منفی).

در حالیکه در قرار داد علامت عمومی در تحلیل سازه لنگرها مطابق شکل زیر مثبت محسوب میشوند (تار فوقانی فشرده شود و تار تحتانی کشیده شود):




در این حالت مقدار لنگر در داخل تیر در نقطه B در هر دو طرف نقطه B یکسان خواهد بود (یا هر دو مثبت خواهد بود یا هر دو منفی). در سوال لنگرها به صورت شکل دوم فرض شده اند. بر اساس روابط شیب افت داریم:

$$M_A = +M_{AB} = 4A + 2B$$
$$M_B = -M_{BA} = -(4B + 2A)$$
$$M_B = +M_{BC} = (4B + 2C)$$
$$M_C = -M_{CB} = -(4C + 2B)$$

در گره B:

$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad \rightarrow \quad 8B + 2A + 2C = 0 \quad 4B = -(A + C)$$

بهتر است تمامی گزینه ها بررسی شود تا مشخص شود کدام گزینه مقدار دوران نقطه B را می دهد:

گزینه ۱: $\frac{M_A - M_C}{12} = \frac{(4A+2B)+(4C+2B)}{12} = \frac{4A+4C+4B}{12} = \frac{-16B+4B}{12} = -B$

گزینه ۲: $\frac{2M_B + M_A}{12} = \frac{(8A+4C)+(4A+2B)}{12} = \frac{12A+4C+2B}{12} = \frac{8A-14B}{12}$

گزینه ۳: $\frac{M_C - M_A + 2M_B}{6} = \frac{-(4C+2B)-(4A+2B)+(8B+4C)}{6} = \frac{-4A+4B}{6}$

گزینه ۴: $\frac{M_C + M_A + 2M_B}{6} = \frac{-(4C+2B)+(4A+2B)+(8B+4C)}{6} = \frac{+4A+8B}{6}$

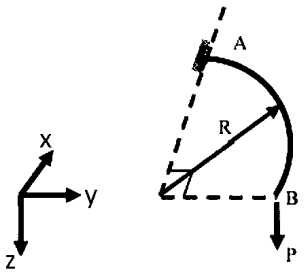
**۲۰- تیر ربع دایره‌ای در صفحهٔ xy، در انتهای A گیردار و در انتهای آزاد B تحت اثر نیروی متمرکز P در جهت z قرار گرفته است. دوران پیچشی نقطهٔ B چقدر است؟ صلبیت خمشی و پیچشی مقطع تیر را ثابت و برابر فرض کنید. $EI = GJ$**

۱) $\frac{PR^2}{EI}(1+\frac{\pi}{2})$

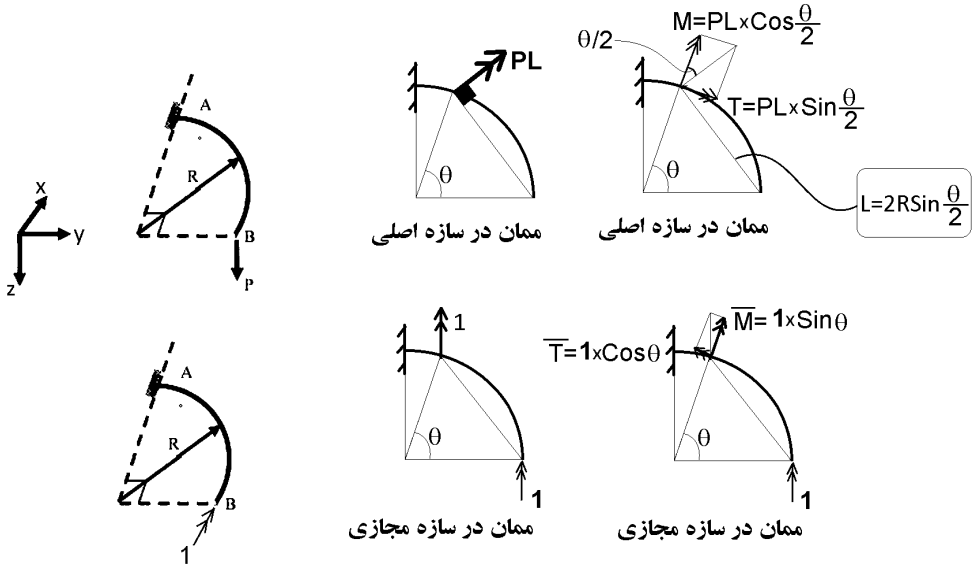
۲) $\frac{PR^2}{EI}(1-\frac{\pi}{2})$

۳) $\frac{PR^2}{EI}(1+\frac{\pi}{4})$

۴) $\frac{PR^2}{EI}(1-\frac{\pi}{4})$

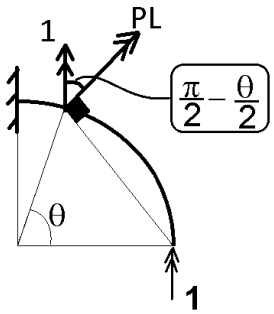



گزینه ۲




$$\left.\begin{aligned} T &= -2PR\left(Sin\frac{\theta}{2}\right)^2 \qquad \bar{T} = 1\times Cos\theta \\ M &= 2PR\left(Sin\frac{\theta}{2}\right)\times\left(Cos\frac{\theta}{2}\right) \qquad \bar{M} = 1\times Sin\theta \end{aligned}\right\} \qquad \theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{T\,\bar{T}}{GJ} + \frac{M\,\bar{M}}{EI} Rd\theta$$

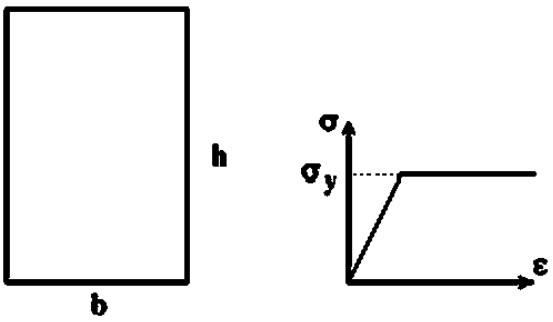
نکته: با توجه به اینکه GJ=EI می باشد، نیازی به تجزیه بردارها و تعیین مقادیر M و T به صورت تفکیک شده نیست. می توان دوران را مستقیما با ضرب داخلی بردارهای مربوط به سازه مجازی و اصلی بدست آورد:




$$\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathbf{1.PL}}{EI} Rd\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1.PL\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right)}{EI} Rd\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1.P\left(2R\sin\frac{\theta}{2}\right)\times\sin\frac{\theta}{2}}{EI} Rd\theta$$
$$= \frac{PR^2}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2\frac{\theta}{2}\,d\theta = \frac{PR^2}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos\theta)\,d\theta = \frac{PR^2}{EI}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

۳-پاسخ تشریحی دکتری ۹۵

**۱۳- در مقطع مستطیل شکل زیر، درصورتی‌که مقطع تا ممان پلاستیک Mp بارگذاری و سپس لنگر آن حذف گردد، مقدار تنش در محل تار خنثی پس از حذف لنگر کدام است؟**




۱) $-0.5\sigma_y$

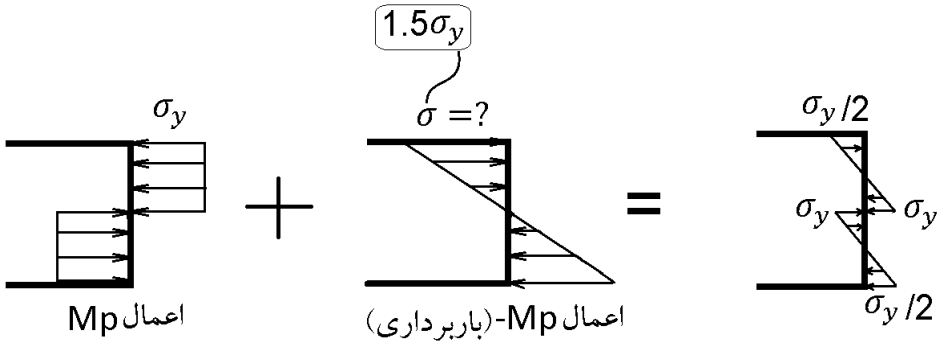
۲) ۰

۳) $0.5\sigma_y$

۴) $\pm\sigma_y$

گزینه ۴

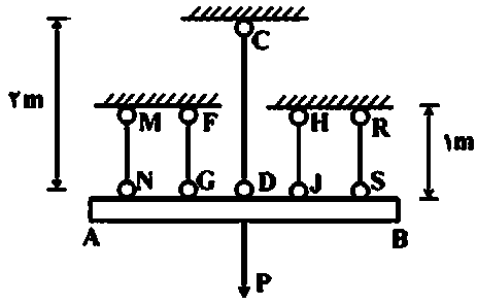
هنگام باربرداری رفتار مقطع خطی خواهد بود:




در شکل فوق مقدار $\sigma$ به صورت زیر بدست می آید:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_y &= \frac{M_P}{Z_p} = \frac{M_p}{\left(\frac{bh^2}{4}\right)} \\ \sigma &= \frac{-M_P}{S} = \frac{-M_p}{\left(\frac{bh^2}{6}\right)}\end{aligned}\right\} \quad \sigma = -1.5\sigma_y$$

**۱۴- در مجموعه نشان داده‌شده که تیر صلب AB توسط پنج میله به‌طور متقارن مطابق شکل زیر، نگهداری می‌شود و تحت بار مرکزی P قرارگرفته است. اعضاء میله از مصالح الاستوپلاستیک، با مدول ارتجاعی E = ۲۰۰ گیگاپاسکال می‌باشند. تنش حد الاستیک دو میله کناری MN و RS، $\sigma_y$ = ۲۵۰ مگاپاسکال و سایر میله‌ها ۵۰۰ مگاپاسکال می‌باشد. بار $P_y$ ,$P_u$ برای مجموعه به ترتیب چند کیلونیوتن است؟ سطح مقطع هر میله ۱۰۰ میلی‌متر مربع می‌باشد.**




۱) ۷۵ ,۱۲۵

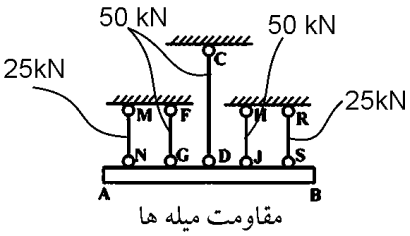
۲) ۲۵ ,۱۵۰

۳) ۱۰۰,۱۷۵

۴) ۱۱۲/۵ ,۲۰۰

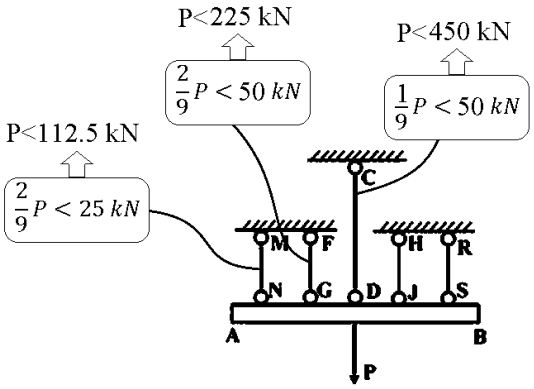
گزینه ۴

ابتدا باید مقاومت (تسلیم) هر میله را محاسبه کنیم:



مقاومت میله ها

$$P_{MN} = P_{RS} = 250 \times 100 = 25\ kN$$
$$P_{FG} = P_{HJ} = P_{CD} = 500 \times 100 = 50\ kN$$



نیروی وارد بر میله ها

$P_y$ نشان دهنده "شروع" تسلیم است. میله ها همزمان به تسلیم نمی رسند. باید نیروی وارد بر آنها را بیابیم:

نیرو به نسبت سختی بین اعضا تقسیم می شود (در ناحیه خطی) بنابراین به راحتی می توان نیروی وارد بر اعضا را بدست آورد و با مقاومت انها مقایسه کرد (شکل مقابل)

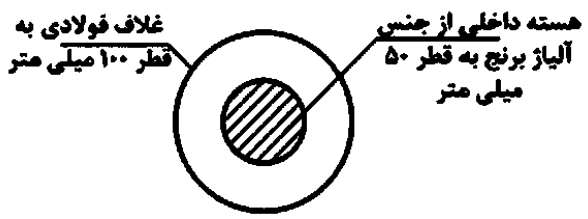
با توجه به شکل مقاومت شروع تسلیم (کمترین مقدار P که موجب شروع تسلیم می شود) برابر است با:

$$P_y = 112.5\ kN$$

پس از تسلیم تمامی میله ها، مجموع مقاومت تسلیم آنها نشان دهنده مقاومت نهایی سیستم خواهد بود:

$$P_u = 25 + 50 + 50 + 50 + 25 = 200\ kN$$

**۱۵- در شکل زیر، که تحت لنگر پیچشی T قرار دارد، چند درصد از لنگر پیچشی توسط هسته مرکزی مقطع تحمل می‌گردد؟ ($G_b = ۳۶GPa, G_{St} = ۷۲GPa$)**




۱) ۳/۲۳

۲) ۶/۲۵

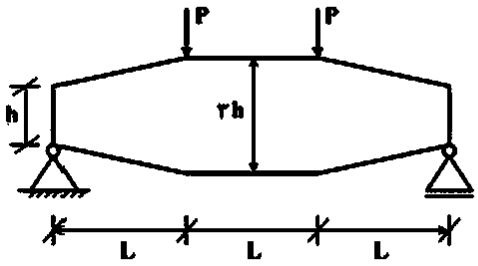
۳) ۲۵

۴) ۵۰

گزینه ۱

$$\frac{GJ_{\text{هسته}}}{GJ_{\text{هسته}} + GJ_{\text{پوسته}}} = \frac{36 \times 50^4}{36 \times 50^4 + 72 \times (100^4 - 50^4)} = 0.0323$$

**۱۶- تیر نشان داده‌شده در شکل زیر، دارای مقطع مستطیلی با عرض ثابت b و عمق متغیر از h تا ۳h به‌صورت زیر می‌باشد. حداکثر تنش ناشی از لنگر خمشی در این تیر کدام است؟**




۱) $\frac{3}{2}\frac{PL}{bh^2}$

۲) $\frac{2}{3}\frac{PL}{bh^2}$

۳) $\frac{3}{4}\frac{PL}{bh^2}$

۴) $\frac{PL}{bh^2}$

گزینه ۳

تنش خمشی در فاصله x از تکیه گاه برابر است با:

$$M = Px \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6(Px)}{b\left(h + \frac{2x}{L}h\right)^2}$$

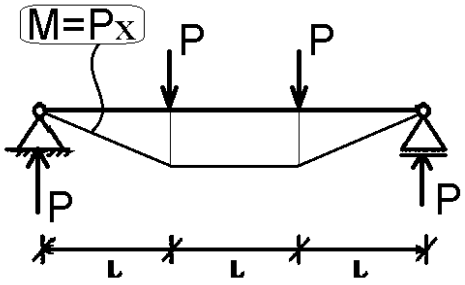
برای یافتن تنش حداکثر باید از آن مشتق گرفته و برابر صفر قرار دهیم:

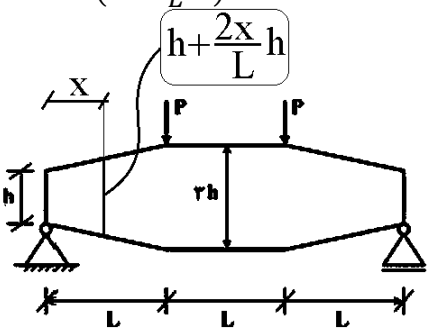
$$\left(\frac{6(Px)}{b\left(h + \frac{2x}{L}h\right)^2}\right)' = 0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{x}{\left(1 + \frac{2x}{L}\right)^2}\right)' = 0 \quad \rightarrow \quad 1 \times \left(1 + \frac{2x}{L}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{L} \times \left(1 + \frac{2x}{L}\right)x = 0$$

$$\rightarrow \quad \left(1 + \frac{2x}{L}\right) - \frac{4x}{L} = 0 \quad \rightarrow x = \frac{L}{2}$$

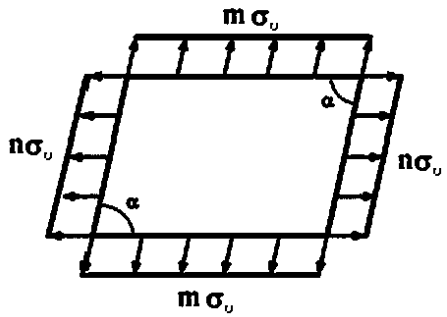
پس از یافتن $x$ مقدار تنش بدست می آید:

$$\rightarrow \sigma = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6(Px)}{b\left(h + \frac{2x}{L}h\right)^2} = \frac{3PL}{b(2h)^2} = \frac{3}{4}\frac{PL}{bh^2}$$



**۱۷- در المان زیر مجموع تنش‌های اصلی چقدر است؟**




۱) $\frac{m+n}{\sin\alpha}\sigma_0$

۲) $\frac{m+n}{\sin^2\alpha}\sigma_0$

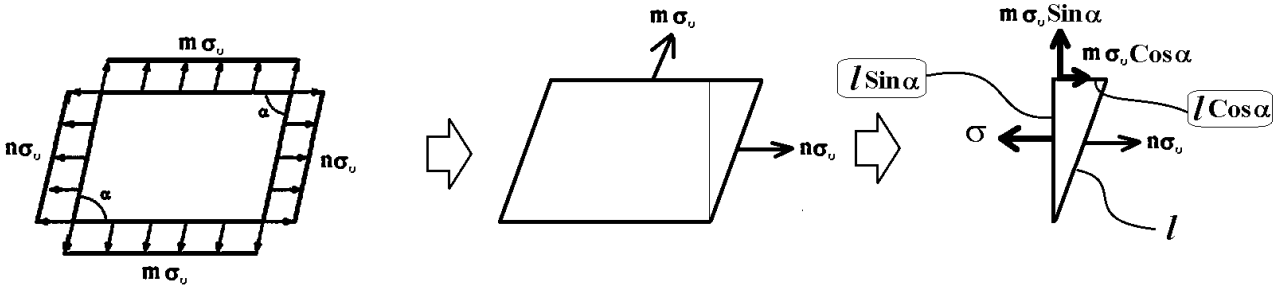
۳) $(m+n)\sigma_0\sin\alpha$

۴) $(m+n)\sigma_0\sin^2\alpha$

گزینه ۱

برای یافتن مجموع تنشها، باید تنشهای وارد بر دو صفحه "عمود برهم" را داشته باشیم. در شکل زیر ابتدا باید مقدار $\sigma$ را بیابیم. با نوشتن تعادل نیرویها می توان مقدار $\sigma$ را بدست آورد:

$$\sigma \times lSin\alpha = m\sigma_0 Cos\alpha \times lCos\alpha + n\sigma_0 l \quad \rightarrow \quad \sigma = m\sigma_0 \times \frac{Cos^2\alpha}{Sin\alpha} + n\sigma_0 \frac{1}{Sin\alpha}$$




مجموع تنشها برابر جمع تنش محوری وارد بر دو سطح متعامد خواهد بود:

$$\text{جمع تنشهای اصلی} = \sigma + m\sigma_0 Sin\alpha = m\sigma_0 \times \frac{Cos^2\alpha}{Sin\alpha} + \frac{n\sigma_0}{Sin\alpha} + m\sigma_0 Sin\alpha =$$
$$= m\sigma_0 \times \frac{Cos^2\alpha}{Sin\alpha} + n\sigma_0 \frac{1}{Sin\alpha} + m\sigma_0 \frac{Sin^2\alpha}{Sin\alpha} = \frac{m\sigma_0 + n\sigma_0}{Sin\alpha}$$

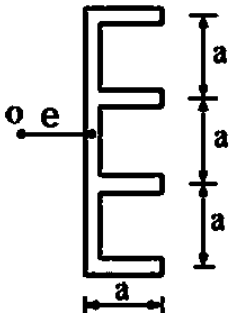
**۱۸- در شکل زیر، مرکز برش در چه فاصله‌ای از جان مقطع قرار دارد؟ (ضخامت در همه‌جا یکسان و برابر t است)**

۱) ۰/۲۸a

۲) ۰/۳۰a

۳) ۰/۳۲a

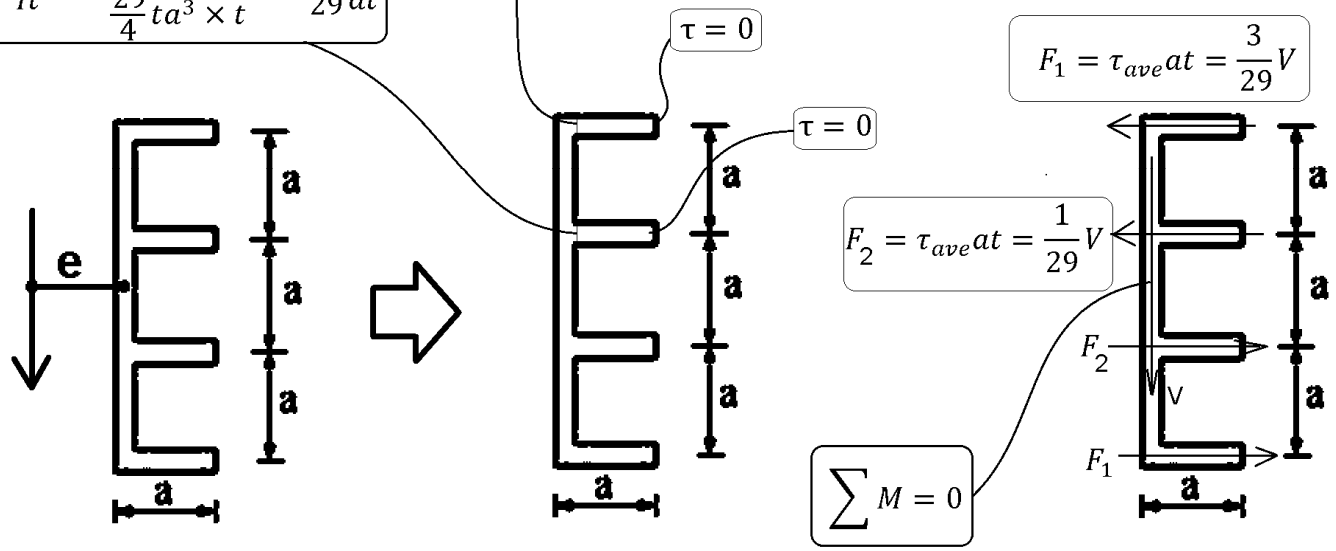
۴) ۰/۳۴a




$$I = I_{\text{جان}} + I_{\text{بالها}} = \left(\frac{t(3a)^3}{12}\right) + \left(2 \times at \times \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + 2 \times at \times \left(\frac{a}{2}\right)^2\right) = \left(\frac{9ta^3}{4}\right) + 5ta^3 = \frac{29}{4}ta^3$$

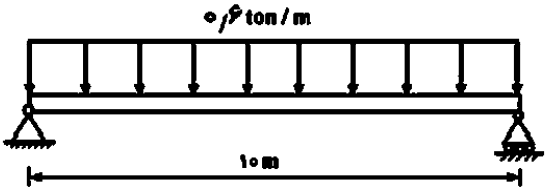
$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V(at \times 1.5a)}{\frac{29}{4}ta^3 \times t} = \frac{6}{29}\frac{V}{at}$$

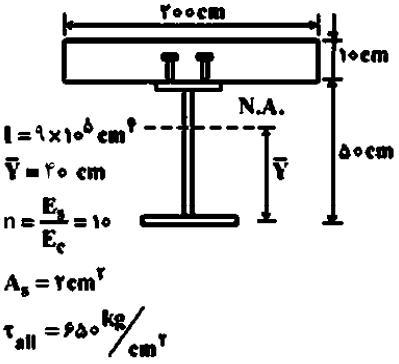
$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V(at \times 0.5a)}{\frac{29}{4}ta^3 \times t} = \frac{2}{29}\frac{V}{at}$$




$$\sum M = 0 \quad \rightarrow 2(F_1 \times 1.5a + F_2 \times 0.5a) = Ve \quad \rightarrow \quad e = \frac{3F_1a + F_2a}{V} = \frac{10}{29}a = 0.34a$$

**۱۹- در شکل زیر، یک تیر مرکب به‌طول ۱۰ متر برای تحمل بار یکنواخت ۰/۶ تن بر متر طراحی‌شده است. با توجه به اطلاعات داده‌شده، حداکثر فاصله برش‌گیرها چند سانتی‌متر است؟**




۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۵۰

گزینه ۱

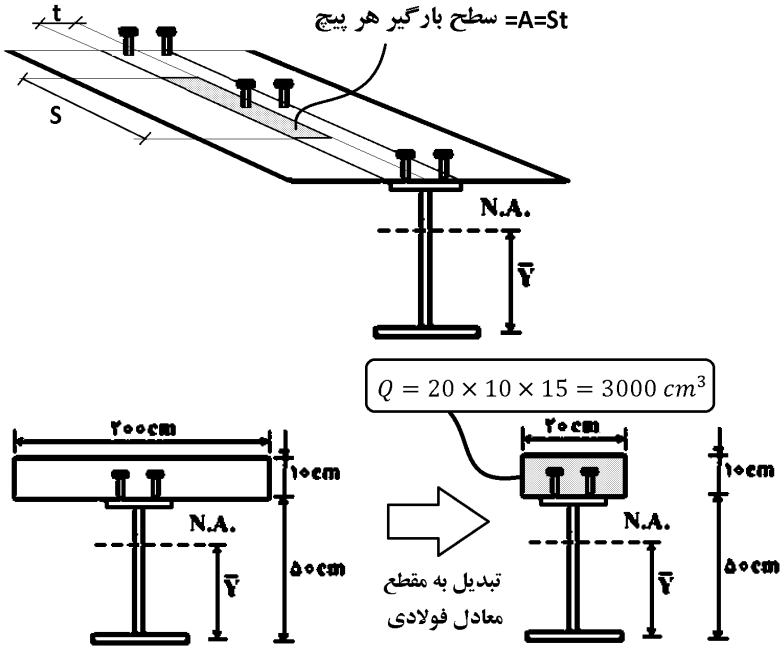
حداکثر برش وارد بر تیر برابر است با:

$$V_{\text{تیر}} = \frac{ql}{2} = \frac{0.6 \times 10}{2} = 3\ ton = 3000\ kg$$

- با توجه به اینکه در هر مقطع دو پیچ داریم نصف مقدار فوق توسط هر پیچ تحمل می شود.

مقاومت برشی هر پیچ برابر است با:

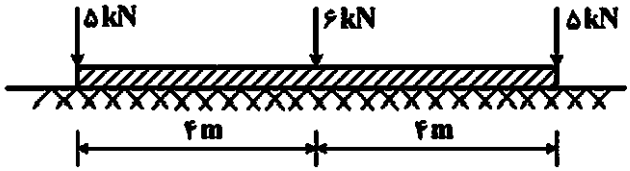
$$\mathrm{F}_{\text{مجاز پیچ}} = \tau_{all} A_s = 650 \times 2 = 1300\ kg$$




نیروی وارد بر هر پیچ باید کمتر از مقاومت مجاز آن باشد:

$$\left[F_{\text{برشگیر}} = \left(A_{\text{سطح بارگیر}}\right) \times (\tau) = (St)\left(\frac{\frac{V}{2}Q}{It}\right) = (S)\left(\frac{\frac{V}{2}Q}{I}\right) = (S)\left(\frac{\frac{3000}{2} \times 3000}{9 \times 10^4}\right)\right] < 26 \quad \rightarrow S < 26\ cm$$

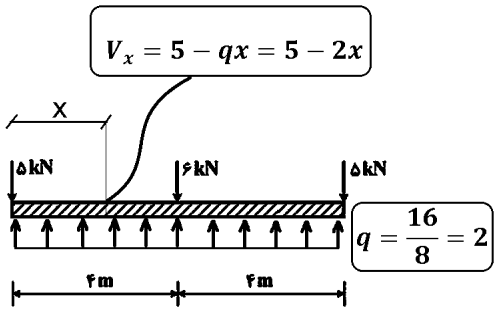
**۲۰- در تیر صلب زیر چنانچه مدول بستر زمین ثابت باشد، قدر مطلق حداکثر لنگر ایجادشده در تیر چند کیلونیوتن - متر است؟**




۱) ۱۰/۲۵
۲) ۶/۲۵
۳) ۴
۴) ۲/۲۵

گزینه ۲

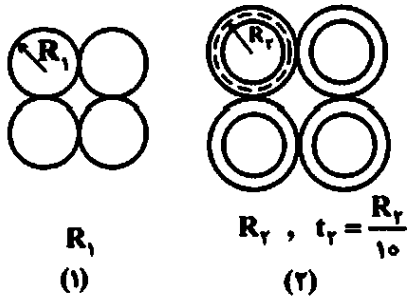
با توجه به تقارن، حرکت میله صلب یکنواخت و متقارن خواهد بود و درنتیجه با توجه به ثابت بودن سختی زمین، فشار یکنواخت در زیر تیر خواهیم داشت:




خمش حداکثر در محل برش صفر رخ می دهد:

$$V = 0 \quad \rightarrow 5 - 2x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2.5 \quad \rightarrow \qquad M_x = 5x - \frac{qx^2}{2} = 5 \times 2.5 - 2 \times \frac{2.5^2}{2} = 6.25$$

**۲۱- در شکل زیر، مقاطع (۱) و (۲) به‌ترتیب از چهار مقطع دایروی توپر و چهار لوله تشکیل‌شده است. برای آنکه شعاع انحنای حداکثر هر دوی آن‌ها زیر اثر بارگذاری مشابه در یک تیر یکسان باشد، $R_2$ چند برابر $R_1$ باید باشد؟ (جنس مصالح یکسان است)**




۱) $\sqrt[4]{\frac{1}{5}}$
۲) $\sqrt[4]{\frac{25}{6}}$
۳) $\sqrt[4]{5}$
۴) $\sqrt[4]{5\pi}$

شعاع انحنا از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

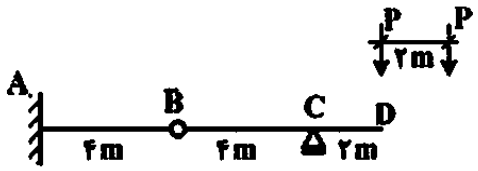
با توجه به اینکه بارگذاری (و در نتیجه $M$) مشابه می باشد، برای یکسان شدن شعاع انحنا باید ممان اینرسی دو مقطع برابر باشد:

$$\rho_I = \rho_{II} \quad \rightarrow \quad I_I = I_{II}$$

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= 4\left(\frac{\pi R_1^4}{4} + \pi R_1^2 \times R_1^2\right) \\ I_2 &= 4(\pi R_2^3 t + 2\pi R_2 t \times R_2^2) \end{aligned}\right\} \quad I_I = I_{II} \quad \rightarrow \quad 5R_1^4 = 12R_2^3 t \quad \xrightarrow{t=\frac{R_2}{10}} \quad 5R_1^4 = 1.2R_2^4$$

$$\rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt[4]{\frac{5}{1.2}} = \sqrt[4]{\frac{25}{6}}$$

**۲۲- در تیر شکل زیر، حداکثر اندازه برش نقطه B به‌ازای موقعیت‌های مختلف دو بار متمرکز P به فاصله دو متر از هم کدام است؟**




۱) P

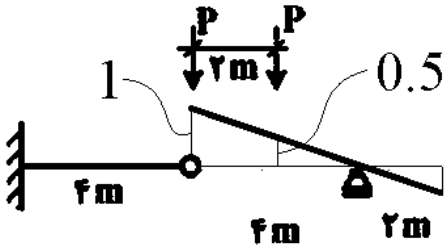
۲) ۱٫۵P

۳) ۲P

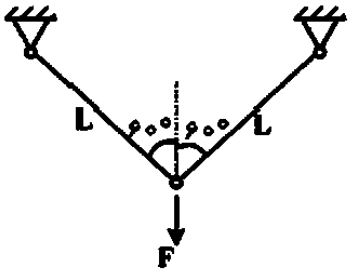
۴) ۲٫۵P

در شکل زیر خط تاثیر برش در نقطه B رسم شده است.

$$V_B = P \times 1 + P \times 0.5 = 1.5P$$



**۲۳- اگر رابطهٔ تنش - کرنش مصالح خرپای زیر، به‌صورت $\sigma = E.\varepsilon^3$ و $U^*$ انرژی مکمل خرپا باشد، $\frac{\partial U^*}{\partial F}$ کدام است؟**




$$\begin{cases} EA = 10^6\ kg \\ F = 1000\ kg \\ L = 10\ cm \end{cases}$$

۱) ۰٫۲
۲) ۰٫۵
۳) ۱
۴) ۲

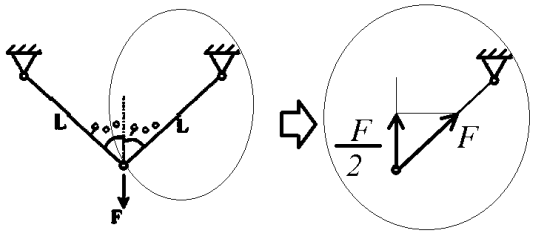
گزینه ۴

با توجه به رابطه زیر باید مقدار تغییرمکان قائم (محل اثر F) را بیابیم:

$$\frac{\partial U^*}{\partial F} = \Delta$$

با توجه به غیر خطی بودن رابطه تنش و کرنش برای یافتن Δ، باید نیروی محوری تک تک میله ها را بیابیم و سپس افزایش طول میله ها را بیابیم و بر اساس افزایش طول میله ها، Δ محل اثر نیروی F را بیابیم.

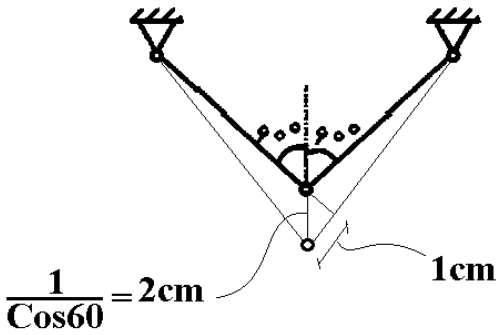
با توجه به تقارن مولفه"قائم" میله ها برابر F/2 خواهد بود و نیروی هر یک از میله ها برابر F خواهد بود:



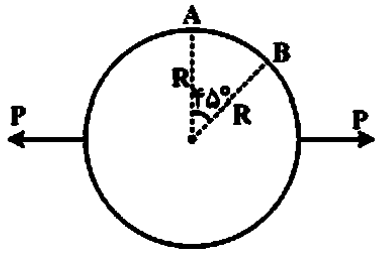

بنابراین افزایش طول میله مایل برابر است با:

$$\Delta = \varepsilon L = \sqrt[3]{\frac{\sigma}{E}} \times L = \sqrt[3]{\frac{F}{EA}} \times L = \sqrt[3]{\frac{1000}{10^6}} \times 10 = 1\ cm \quad \rightarrow \quad \Delta = \frac{1cm}{Cos60} = 2cm$$

$$\rightarrow \frac{\partial U^*}{\partial F} = \Delta = 2cm$$



**۲۴- حلقهٔ دایره‌ای زیر، تحلیل‌شده و لنگر خمشی در A برابر $PR(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{\pi})$ است (تارهای داخلی کشیده می‌شوند). دوران B کدام‌یک از موارد زیر است؟ ثابت = EI**

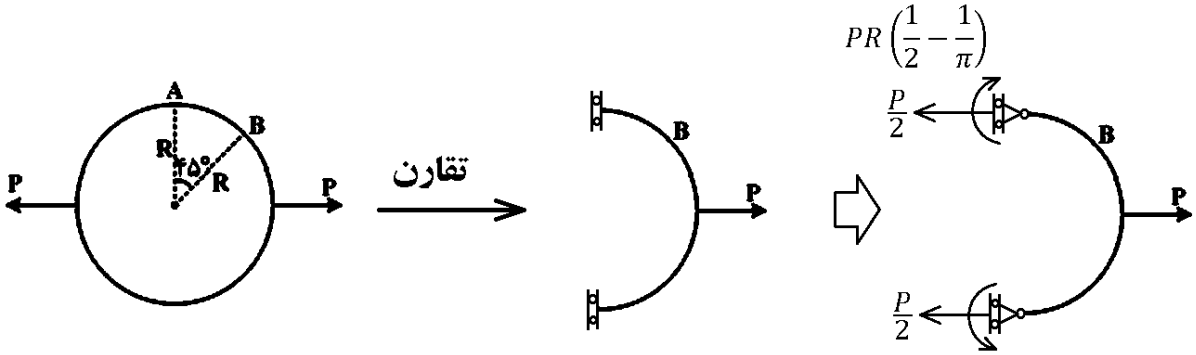


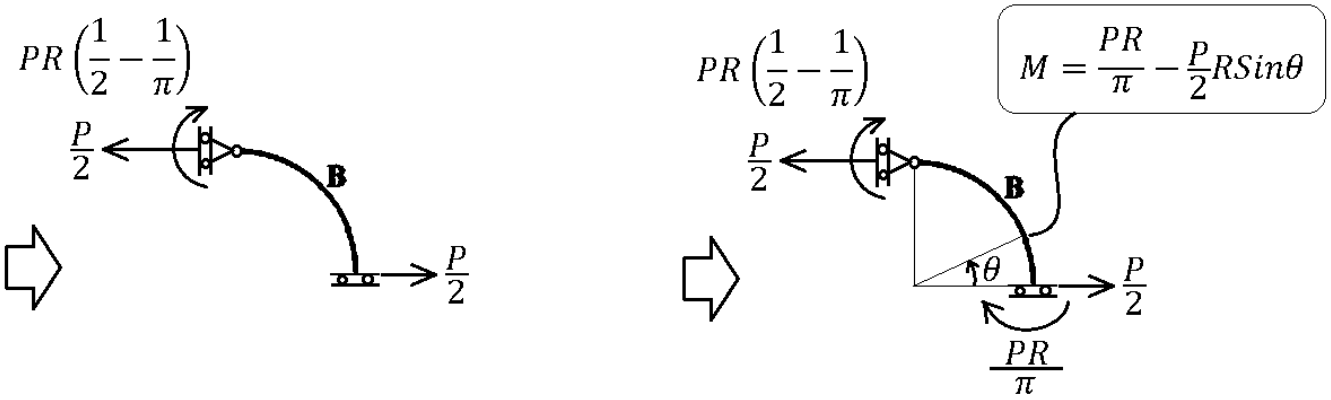

۱) $\frac{PR^۲}{۴EI}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}PR^۲}{۴EI}$

۳) $\frac{PR^۲}{۴EI}(\sqrt{۲}-۱)$

۴) $\frac{PR^۲}{۴EI}(\sqrt{۲}+۱)$

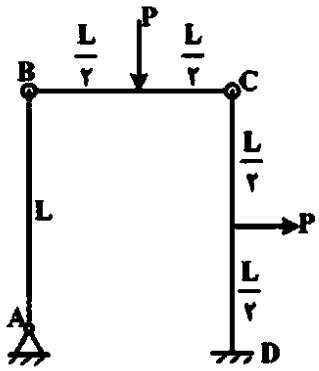



$$\boldsymbol{\theta_B}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{M}{EI}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{M}{EI}Rd\theta=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{PR}{\pi}-\frac{PRSin\theta}{2}\right)Rd\theta=\frac{PR^2}{4}+\frac{PR^2}{2}\left(Cos\frac{\pi}{4}-Cos0\right)$$

$$=\frac{PR^2}{EI}\left(-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

**۲۵- در قاب زیر، تغییر دوران در اتصال B چه مقدار است؟ ثابت = EI**




۱) $\frac{PL^۲}{۱۶EI}$

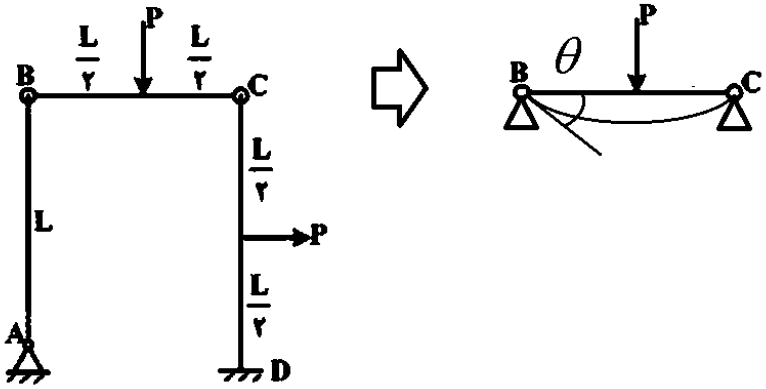
۲) $\frac{PL^۲}{۲۴EI}$

۳) $\frac{PL^۲}{۳۶EI}$

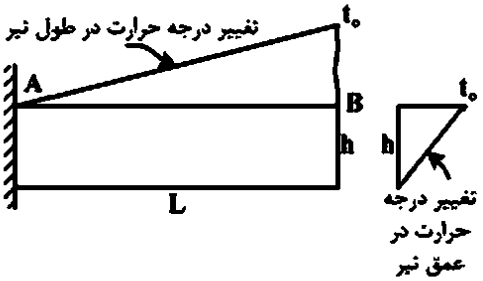
۴) $\frac{PL^۲}{۴۸EI}$

گزینه ۱

$$\theta = \frac{PL^2}{16EI}$$




**۲۶- در تیر زیر، تغییر درجه حرارت در طول و در عمق به‌صورت خطی تغییر می‌کند. اگر ضریب انبساط حرارتی α باشد. تغییر مکان قائم انتهای آزاد تیر کدام است؟**




۱) $\frac{\alpha t_۰ L^۲}{۳h}$

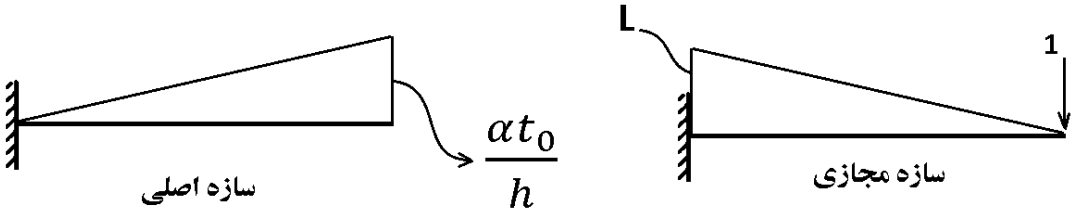
۲) $\frac{\alpha t_۰ L^۲}{۴h}$

۳) $\frac{\alpha t_۰ L^۲}{۶h}$

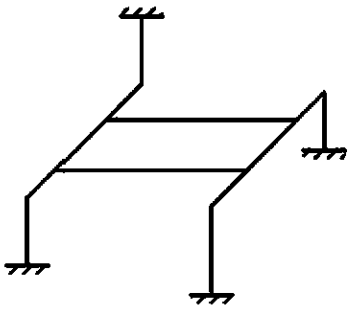
۴) $\frac{\alpha t_۰ L^۲}{۱۲h}$

گزینه ۳

$$\Delta = \frac{MLM'}{6} = \frac{\frac{\alpha t_0}{h} LL}{6}$$



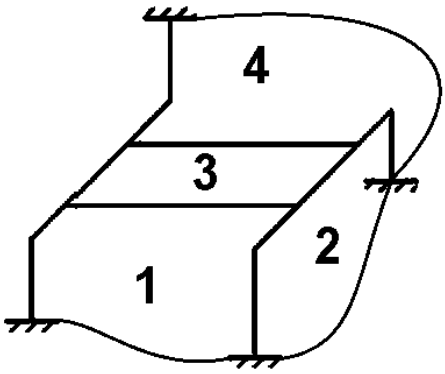
**۲۷- قاب سه‌بعدی شکل زیر، چند درجه نامعین است؟**



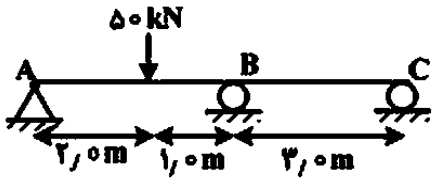
۱) ۱۲
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۸

گزینه ۲

$$n = 4 \times 6 = 24$$




**۲۸- در شکل زیر، اختلاف اندازه چرخش ساعت‌گرد دو انتهای تیر در A و C برحسب رادیان چه مقدار است؟ مقدار EI را واحد فرض کنید.**




۱) ۳٫۰۰
۲) ۴٫۱۵
۳) ۸٫۳۰
۴) ۱۲٫۴۵

گزینه ۳

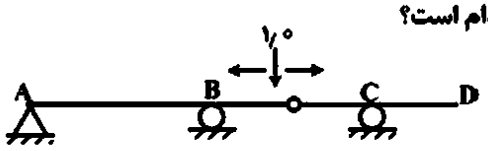
$$\left.\begin{aligned} M_{BA} &= \frac{3\theta_B}{3} + \frac{50 \times 1 \times 2^2}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{50 \times 1^2 \times 2}{9} \\ M_{BC} &= \frac{3\theta_B}{3} \end{aligned}\right\} M_{BA} + M_{BA} = 0 \quad \rightarrow \quad \theta_B = -\frac{125}{9}$$

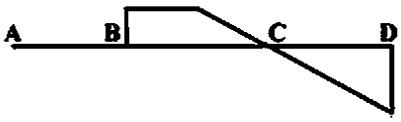
$$M_A = 0 \quad \rightarrow \frac{4\theta_A}{3} + \frac{2\theta_B}{3} - \frac{50 \times 1^2 \times 2}{9} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{4\theta_A}{3} = \frac{100}{9} + \frac{250}{27} \quad \rightarrow \quad \theta_A = \frac{275}{18}$$

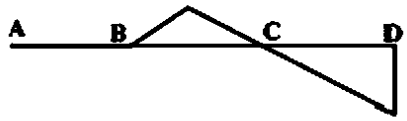
$$M_C = 0 \quad \rightarrow \frac{4\theta_C}{3} + \frac{2\theta_B}{3} = 0 \quad \rightarrow \quad \theta_C = -\frac{\theta_B}{2} \quad \rightarrow \quad \theta_C = \frac{125}{18}$$

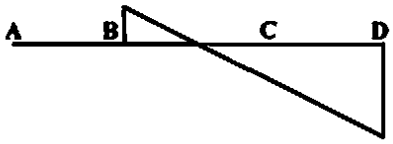
$$\theta_A - \theta_c = \frac{275 - 125}{18} = \frac{150}{18} = 8.33$$

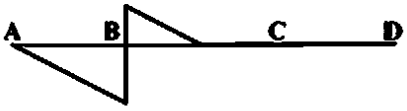
**۲۹- نمودار خط تأثیر برش در سمت راست تکیه‌گاه B برای تیر زیر کدام است؟**




۱)


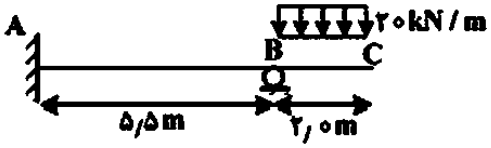

۲)



۳)



۴)



گزینه ۱

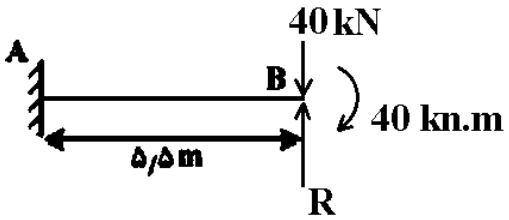
**۳۰- در شکل زیر عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه B برحسب کیلونیوتن چقدر است؟ تیر منشوری است.**




۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۴۵
۴) ۵۱

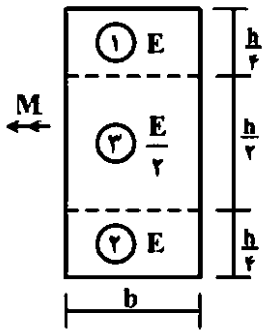
گزینه ۴

$$\frac{RL^3}{3EI}-\frac{40L^3}{3EI}-\frac{40L^2}{2EI}=0 \quad \rightarrow \quad \frac{RL}{3}-\frac{40L}{3}-\frac{40}{2}=0 \quad \rightarrow R=50.91$$



# ۴-پاسخ تشریحی دکتری ۹۶

**۱- در تیری با مقطع مرکب مطابق شکل، تحت بارگذاری نشان داده شده، نسبت مدول مقطع الاستیک ($S=\frac{M}{\sigma_{max}}$) آن به مدول مقطع تیر دیگری به عرض b، ارتفاع h و مدول ارتجاعی یکنواخت E کدام است؟**




۱) ۱

۲) $\frac{۷}{۸}$

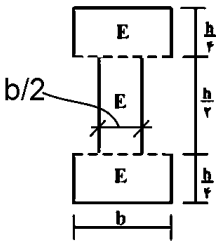
۳) $\frac{۸}{۷}$

۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

گزینه ۴

قسمت میانی سختی کمی دارد. شکل زیر مقطع مرکب را پس از معادل سازی نشان میدهد (پس از معادل سازی در کل مقطع E ثابت است):

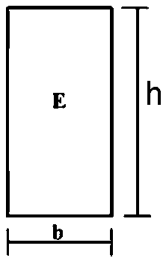
برای محاسبه ممان اینرسی می توان از یک مستطیل کامل، مستطیل داخلی را کم کرد:




مقطع معادل

$$I_1=\frac{bh^3}{12}-\frac{\frac{b}{2}\left(\frac{h}{2}\right)^3}{12}=\frac{15}{16}\times\frac{bh^3}{12}\quad\rightarrow\quad S_1=\frac{I_1}{\left(\frac{h}{2}\right)}=\frac{15}{16}\times\frac{bh^2}{6}$$

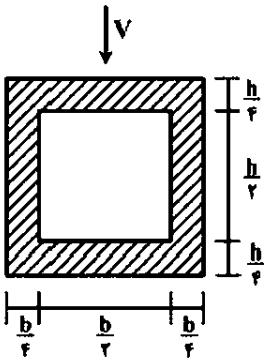
اگر مدول مقطع (E) یکنواخت باشد:




$$I_2=\frac{bh^3}{12}\quad\rightarrow\quad S_2=\frac{I_2}{\left(\frac{h}{2}\right)}=\frac{bh^2}{6}$$

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{15}{16}$$

۲- در تیری با مقطع توخالی مطابق شکل، بر اثر نیروی برشی V، بیشینه تنش برشی چه ضریبی از $\frac{V}{bh}$ می‌باشد؟




۱) ۳

۲) $\frac{۱۴}{۵}$

۳) $\frac{۱۶}{۵}$

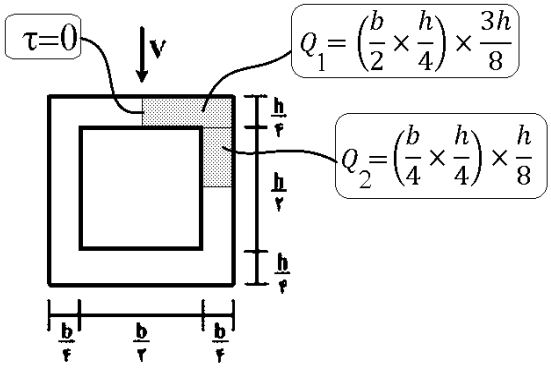
۴) $\frac{۱۸}{۵}$

گزینه ۲

$$Q = \left(\frac{b}{2}\times\frac{h}{4}\right)\times\frac{3h}{8} + \left(\frac{b}{4}\times\frac{h}{4}\right)\times\frac{h}{8} = \frac{7bh^2}{128}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} - \frac{\left(\frac{b}{2}\right)\left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} = \frac{15}{16}\frac{bh^3}{12} = \frac{5}{64}\,bh^3$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V\left(\frac{7bh^2}{128}\right)}{\left(\frac{5}{64}bh^3\right)\left(\frac{b}{4}\right)} = \frac{14}{5}\frac{V}{bh}$$



**۳- تانسور تنش در نقطه P توسط $\sigma_{\circ}=\begin{bmatrix}۷ & -۵ & ۰\\ -۵ & ۳ & ۱\\ ۰ & ۱ & ۲\end{bmatrix}$ داده شده است. بردار تنش که از نقطه P عبور نموده و موازی با صفحه ABC با مختصات: $A=\begin{pmatrix}۴\\ ۰\\ ۰\end{pmatrix}$ ، $B=\begin{pmatrix}۰\\ ۲\\ ۰\end{pmatrix}$ و $C=\begin{pmatrix}۰\\ ۰\\ ۶\end{pmatrix}$ کدام است؟**

۱) $\vec{\sigma}=\frac{۵}{۷}\vec{i}+\frac{۹}{۷}\vec{j}+\frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

۲) $\vec{\sigma}=\frac{۵}{۷}\vec{i}-\frac{۹}{۷}\vec{j}+\frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

۳) $\vec{\sigma}=-\frac{۹}{۷}\vec{i}+\frac{۵}{۷}\vec{j}+\frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

۴) $\vec{\sigma}=\frac{۹}{۷}\vec{i}-\frac{۵}{۷}\vec{j}+\frac{۱۰}{۷}\vec{k}$

اگر "تانسور تنش" به "بردار یکه نرمال یک سطح" ضرب شود، حاصل برداری خواهد بود که نشان دهنده بردا تنش بر روی آن سطح خواهد بود.

یافتن بردار یکه نرمال سطح:

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1 \qquad \rightarrow \quad 3x+6Y+2z=12$$

$$\sqrt{3^2+6^2+2^2}=7$$

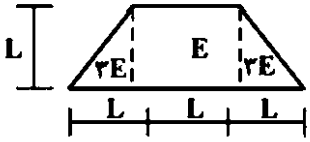
$$n=\frac{3}{7}i+\frac{6}{7}j+\frac{2}{7}k$$

بردا تنش:

$$\begin{bmatrix}7 & -5 & 0\\ -5 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3/7\\ 6/7\\ 2/7\end{bmatrix}=100\begin{bmatrix}\frac{21}{7}-\frac{30}{7}\\ \frac{-15}{7}+\frac{18}{7}+\frac{2}{7}\\ \frac{6}{7}+\frac{4}{7}\end{bmatrix}=\frac{1}{7}\begin{bmatrix}-9\\ 5\\ 10\end{bmatrix}$$

- این بردار موازی با صفحه ABC نخواهد بود بلکه زاویه ای دلخواه با ان صفحه خواهد داشت. این بردار، بردار تنش در صفحه ABC میباشد که احتمالا منظور طراح همین بردار می باشد.

**۴- مقطع غیرهمگن مطابق شکل تحت اثر لنگر خمشی مثبت قرار دارد. نسبت حداکثر کرنش کششی به حداکثر کرنش فشاری کدام است؟**




۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

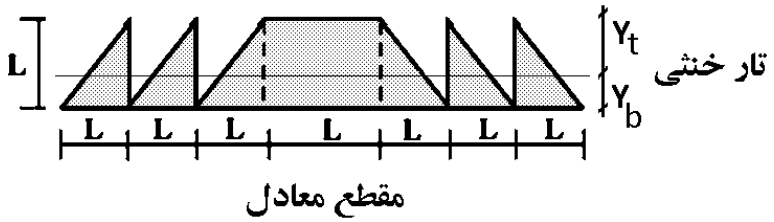
گزینه ۳

$$Y_b = \frac{L^2 \times \frac{L}{2} + 6\left(\frac{L^2}{2} \times \frac{L}{3}\right)}{L^2 + 6\left(\frac{L^2}{2}\right)} = \frac{3}{8}L \qquad \rightarrow \qquad Y_t = \frac{5}{8}L$$

حرکت (و کرنش تارها) بستگی به فاصله آنها از تار خنثی دارد. هر نقطه ای که از تارخنثی دورتر باشد، کرنش بیشتری دارد. با توجه به مثبت بودن خمش، تارهای پایین تحت کشش خواهند بود:

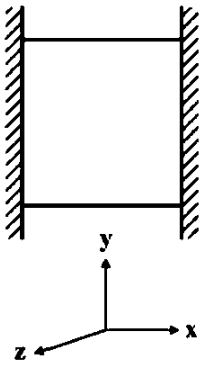
$$\frac{\varepsilon_{\text{کششی}}}{\varepsilon_{\text{فشاری}}} = \frac{Y_{bot}}{Y_{top}} = \frac{3}{5}$$

- در مقطع معادل مساحت قسمت هایی که 3E هستند، سه برابر شده است:




مقطع معادل

**۵- مکعبی به ضلع a درون محفظه‌ای قرار دارد و فقط می‌تواند در جهت قائم تغییر طول بدهد. اگر دمای این مکعب به اندازه $\Delta T$ افزایش داده شود، تغییر طول ضلع قائم مکعب (در جهت y) کدام است ( $\alpha$ ضریب انبساط حرارتی، $\nu$ ضریب پواسون و E مدول ارتجاعی مکعب است؟**




۱) $\frac{\nu}{1-\nu}\alpha\Delta Ta$

۲) $\frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha\Delta Ta$

۳) $\frac{1+2\nu}{1-\nu}\alpha\Delta Ta$

۴) $\frac{1-\nu}{2+\nu}\alpha\Delta Ta$

گزینه ۲

ابتدا باید عکس العمل های تکیه گاهی (در اینجا عکس العمل ها از جنس $\boldsymbol{\sigma_x}$ و $\boldsymbol{\sigma_z}$ هستند) را بیابیم حرارت موجب انبساط می شود ولی تکیه گاه های افقی مانع از افزایش طول در راستای x و z می شوند.

به علت تقارن افقی:

$$\sigma_x = \sigma_z = \sigma$$

عکس العمل های افقی را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_z = 0 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - v\frac{\sigma_z}{E} + \alpha T = 0 \quad \xrightarrow{\sigma_x=\sigma_z=\sigma} \quad \frac{\sigma}{E} - v\frac{\sigma}{E} + \alpha T = 0$$

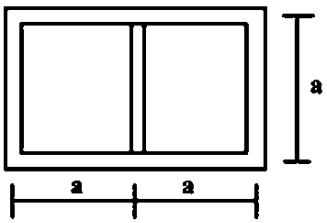
$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\alpha T E}{(1-v)}$$

پس از یافتن تنش های افقی حرکت در جهت قائم بدست می آید. دقت کنید که $\boldsymbol{\sigma_y = 0}$ است (چون در راستای قائم تکیه گاه نداریم و باری هم وارد نشده):

$$\Delta_{\boldsymbol{y}} = \varepsilon_y a = \left(\frac{\sigma_y}{E} - v\frac{\sigma_x}{E} - v\frac{\sigma_z}{E} + \alpha T\right)a = \left(0 + v\frac{\alpha T}{(1-v)} + v\frac{\alpha T}{(1-v)} + \alpha T\right)a$$

$$\Delta_{\boldsymbol{y}} = \alpha T a\frac{(1+v)}{(1-v)}$$

۶- **مقطع جدار نازک مطابق شکل تحت تأثیر ممان پیچشی T قرار می‌گیرد. اگر ضخامت تمام جداره‌ها برابر t باشد، تنش برشی در جداره‌های داخلی و خارجی به‌ترتیب از راست به چپ، کدام است؟**




۱) صفر، صفر

۲) $\frac{T}{4ta^2}$ ، صفر

۳) صفر، $\frac{T}{4ta^2}$

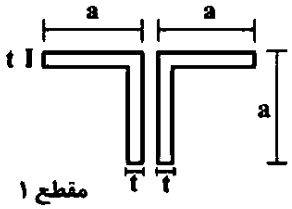
۴) $\frac{T}{4ta^2}$ ، $\frac{T}{4ta^2}$

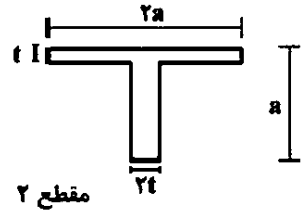
گزینه ۳

به علت تقارن در جدار داخلی تنش برشی ناشی از پیچش صفر خواهد بود و کل پیچش را جدارهای پیرامونی تحمل خواهند کرد. بنابراین عملا یک مقطع باکس (جدارنازک بسته) داریم که تنش برشی در جدارهای پیرامونی برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{2A_m t} = \frac{T}{2 \times (2a^2)t} = \frac{T}{4ta^2}$$

۷- **دو مقطع شماره یک و دو مطابق شکل به ترتیب تحت لنگرهای پیچشی $T_1$ و $T_2$ قرار می‌گیرند. نسبت لنگرها $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$ را طوری تعیین کنید که در هر دو مقطع، زاویه چرخش در واحد طول آن‌ها یکسان باشد ($a > 10t$) ؟**




۱) ۰/۳

۲) ۰/۴

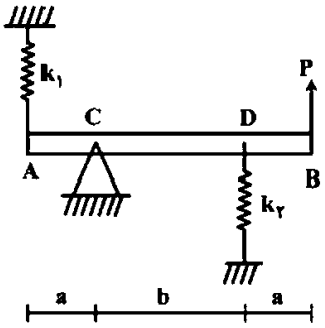
۳) ۰/۵

۴) ۰/۶

گزینه ۲

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{T_1 L}{GJ_1} = \frac{T_1 L}{G\left(4 \times \frac{at^3}{3}\right)} = \frac{3}{4}\frac{T_1 L}{Gat^3} \\ \varphi_2 &= \frac{T_2 L}{GJ_2} = \frac{T_2 L}{G\left(\frac{2at^3}{3} + \frac{a(2t)^3}{3}\right)} = \frac{3}{10}\frac{T_2 L}{Gat^3} \end{aligned}\right\} \quad \varphi_1 = \varphi_2 \quad \rightarrow \quad \frac{3T_1}{4} = \frac{3T_2}{10} \quad \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 0.4$$

۸- **در تیر مطابق شکل، مقدار حداکثر نیروی P بر حسب پارامترهای $k_1$، $k_2$، a و b و θ کدام یک از موارد زیر است (θ زاویه چرخش تیر در C بوده و فرض کنید تیر صلب است)؟**




۱) $\frac{\theta_{max}(a^2k_1+b^2k_2)}{a+b}$

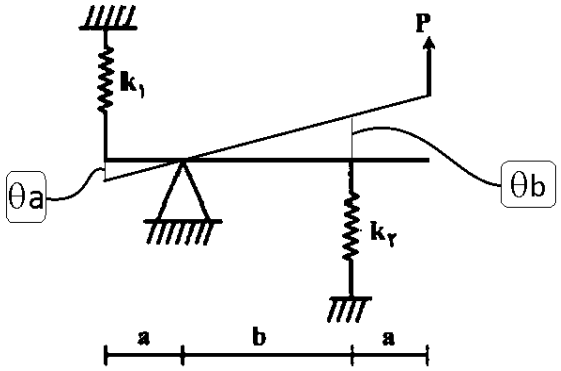
۲) $\frac{\theta_{max}(b^2k_1+a^2k_2)}{a+b}$

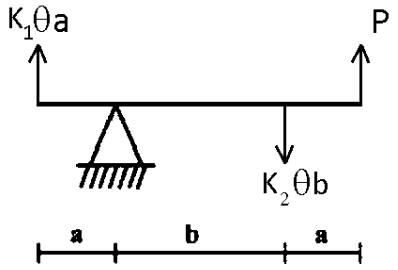
۳) $\frac{\theta_{max}(a^2k_1+b^2k_2)}{(a+b)^2}$

۴) $\frac{\theta_{max}(b^2k_1+a^2k_2)}{(a+b)^2}$

گزینه ۱

$$\sum M=0 \quad \rightarrow \quad (K_1\theta a)\times a+(K_2\theta b)\times b-P(a+b)=0 \quad \rightarrow \quad P=\frac{\theta(K_1a^2+k_2b^2)}{(a+b)}$$



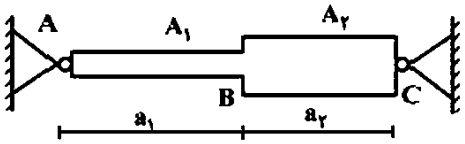

۹- **میله AC بین دو تکیه‌گاه ثابت A و C قرار گرفته است. در اثر تغییر درجه حرارت، نسبت تنش ایجاد شده در قسمت AB به تنش ایجاد شده در قسمت BC کدام است؟**
**($A_1$ و $A_2$ به ترتیب مساحت مقطع قسمت‌های AB و BC می‌باشند).**

۱) یک

۲) $\frac{A_2a_1}{A_1a_2}$

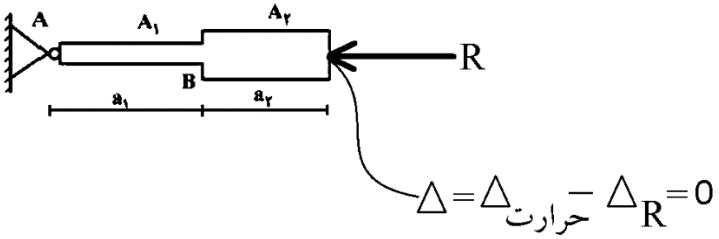
۳) $\frac{A_2a_2}{A_1a_1}$

۴) $\frac{A_2}{A_1}$




گزینه ۴

با توجه به شکل زیر می توان مقدار $R$ را بدست آورد.




- ولی با توجه به اینکه نسبت تنشها را خواسته نیازی به محاسبه $R$ نیست:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=\frac{R}{A_1}\\ \sigma_2&=\frac{R}{A_2}\end{aligned}\right\}\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{A_2}{A_1}$$

**۱۰- هسته مرکزی یک مقطع به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a کدام است؟**

**۱) یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $\frac{a}{4}$**

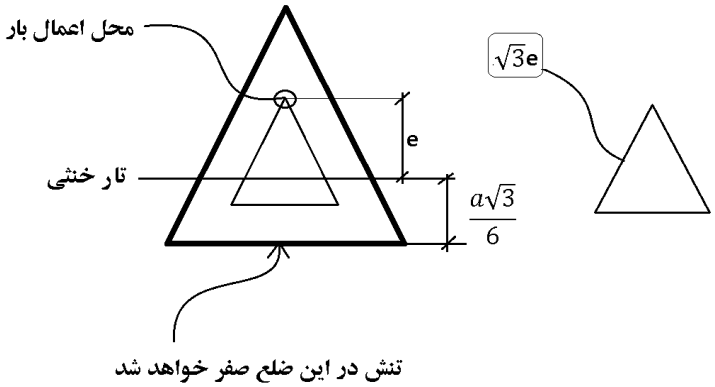
**۲) یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $\frac{a}{3}$**

**۳) یک لوزی به قطر $\frac{1}{2}a$**

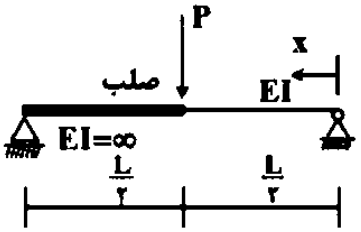
**۴) یک لوزی به قطر $\frac{2}{3}a$**

گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\sigma = \dfrac{Mc}{I} - \dfrac{P}{A} \\ I = \dfrac{a \times \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3}{36} = \dfrac{\sqrt{3}a^4}{96} \\ A = \dfrac{a \times \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}\end{array}\right\} \sigma = \frac{(Pe)\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}a^4}{96}\right)} - \frac{P}{\left(\frac{\sqrt{3}a^2}{4}\right)} = 0 \quad \rightarrow \quad e = \frac{a}{(4\sqrt{3})} \quad \rightarrow \text{ضلع هسته} = \sqrt{3}e = \frac{a}{4}$$



**۱۱- در تیر مطابق شکل، محل حداکثر خیز آن کدام است؟**




۱) $x=\frac{L}{۲}$

۲) $x=\frac{L}{۳}$

۳) $x=\frac{L}{۲\sqrt{۲}}$

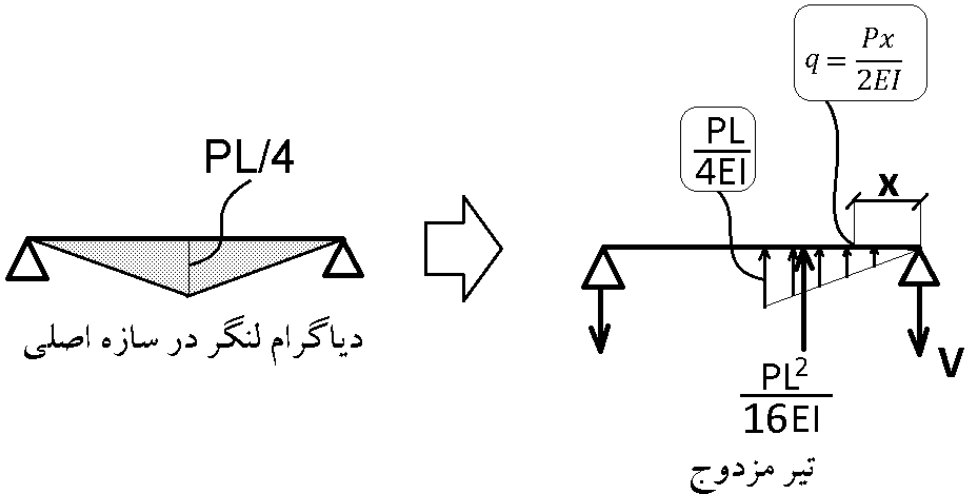
۴) $x=\frac{L}{\sqrt{۶}}$

گزینه ۴

- باید مشتق معادله خیز را بیابیم و برابر صفر قرار دهیم تا محل حداکثر بدست آید.
- مشتق خیز(y') = شیب (θ)
- بنابراین باید معادله θ را بیابیم و برابر صفر قرار دهیم.
- θ را می توان از تیر مزدوج بدست آورد.

شکل زیر تیر مزدوج سازه را نشان میدهد.

در تیر مزدوج برش تیر = شیب تیر اصلی(θ ) می باشد.



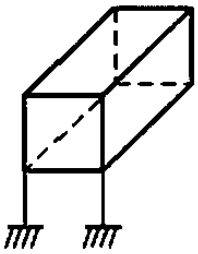

یافتن V در تیر مزدوج:

$$V\times L-\frac{PL^2}{16EI}\times\frac{2L}{3}=0 \quad \rightarrow \quad V=\frac{PL^2}{24EI}$$

معادله شیب:

$$\theta=V-\frac{qx}{2}=\frac{PL^2}{24EI}-\left(\frac{\frac{Px}{2EI}\times x}{2}\right) \quad \xrightarrow{\theta=0} \quad \frac{PL^2}{24EI}-\frac{Px^2}{4EI}=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{L}{\sqrt{6}}$$

**۱۲- درجه نامعینی قاب سه بُعدی مطابق شکل با کلیه اتصالات صلب و تکیه‌گاه‌های گیردار کدام است؟**



۱) ۳۰

۲) ۳۶

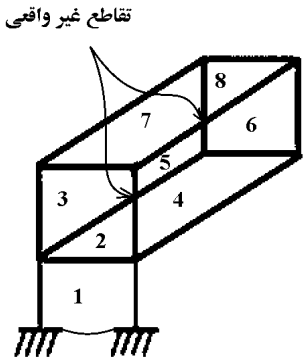
۳) ۴۲

۴) ۴۸

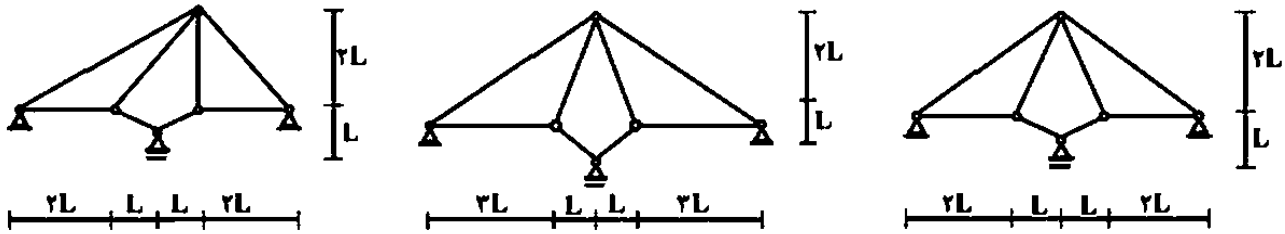
گزینه ۲

باید زوایه دید را تغییر دهیم تا خطوط بر روی هم قرار نگیرند:

$$n = (8-2) \times 6 = 36$$




**۱۳- از سه سیستم سازه خرپایی مطابق شکل، چند تا پایدار است؟**




۱) صفر

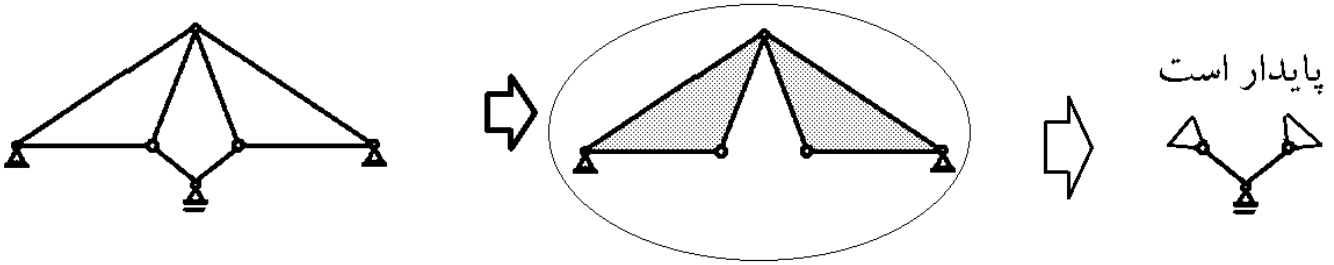
۲) یک

۳) دو

۴) سه

گزینه ۴

این قسمت از سازه به تنهایی پایدار است
و می تواند حذف شود



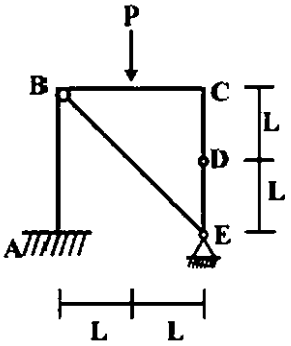
**۱۴- در قاب مطابق شکل، اندازهٔ لنگر خمشی در نقطه (گره) C چقدر است؟**

۱) صفر

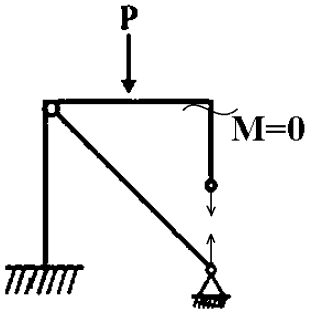
۲) $\frac{PL}{۲}$

۳) PL

۴) ۲PL




گزینه ۱



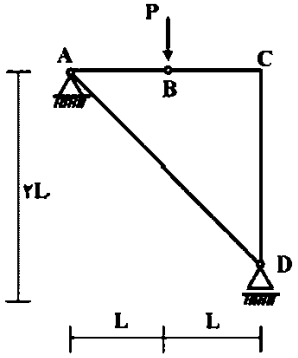

**۱۵- در سازه مطابق شکل، نیروی محوری عضو AD کدام است؟**

۱) صفر

۲) P فشاری

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$P کششی

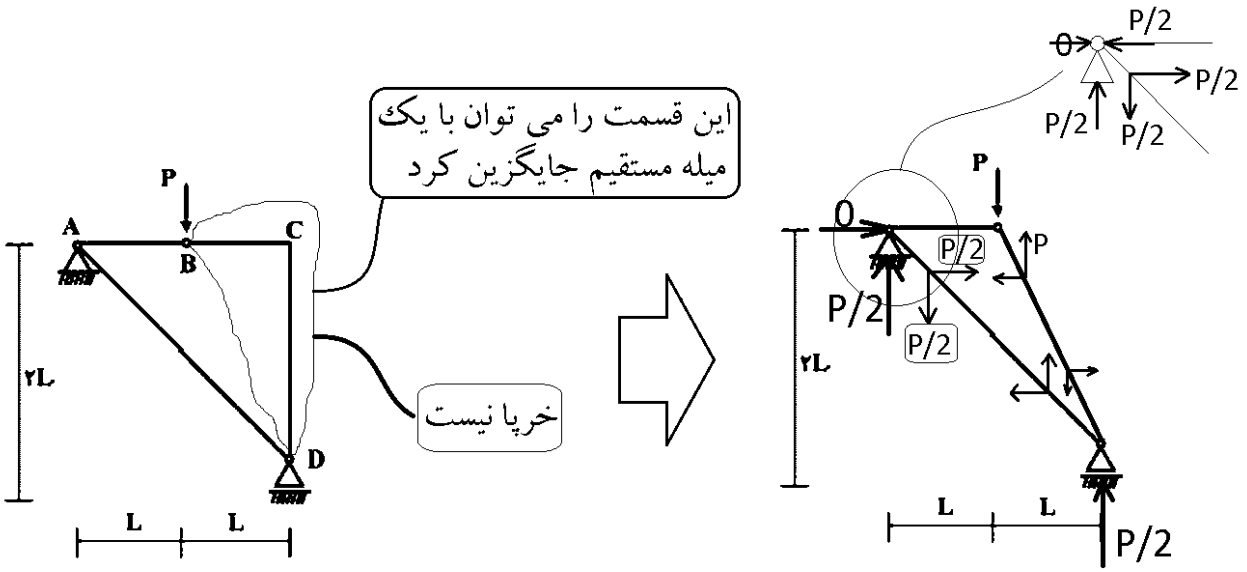
۴) $\sqrt{۲}$P کششی



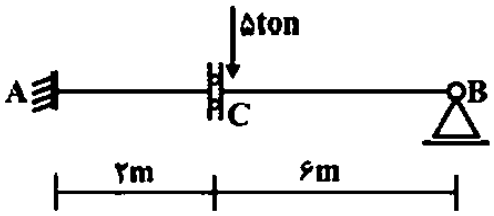

گزینه ۳

پس از تبدیل عضو BCD به میله خرپایی، می توان به راحتی نیروها را بدست آورد. نیروی محوری عضو AD برابر است با:

$$F_{AD} = \frac{P}{2} \times \sqrt{2}$$



**۱۶- در تیر مطابق شکل، چنانچه دوران تکیه‌گاه A برابر ۰٫۰۰۴ رادیان باشد، مقدار لنگر $M_{AB}$ چند تن ـ متر خواهد بود؟ ( $EI = 2000\ ton-m$ )**




۱) ۴

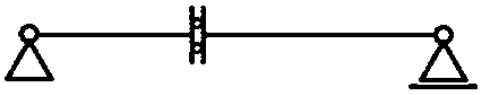
۲) ۸

۳) ۱۶

۴) ۳۰

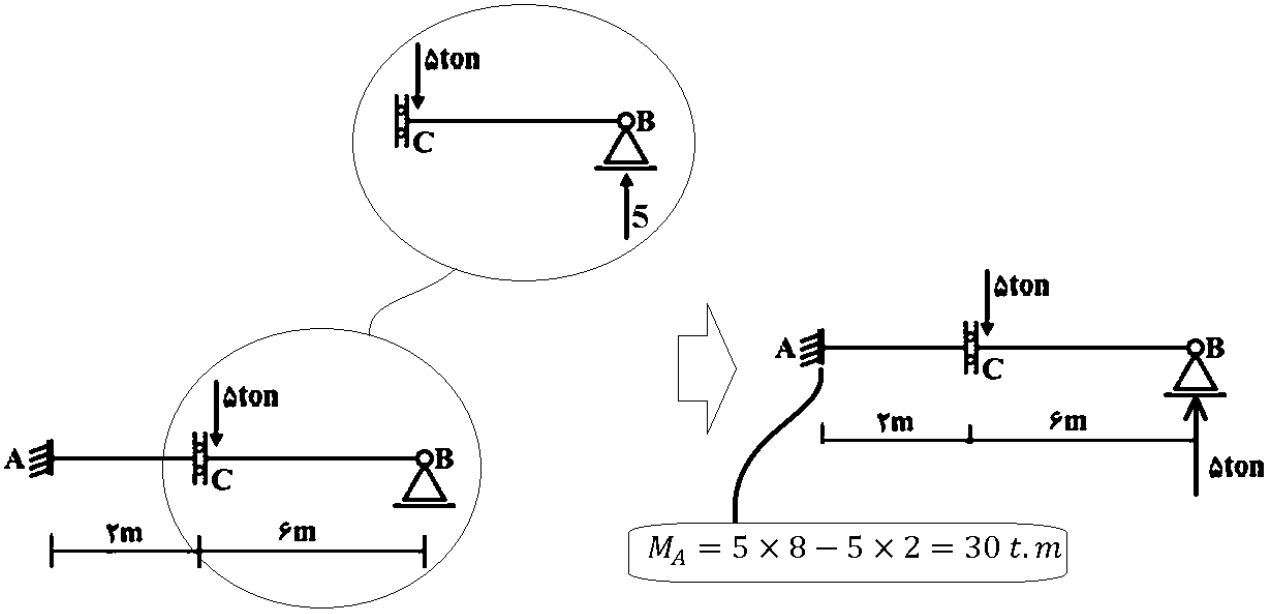
بررسی تاثیر نشست تکیه گاهی:

مولفه ای از تکیه گاه که نشست دارد را آزاد کنید و پایداری سازه را بررسی کنید:

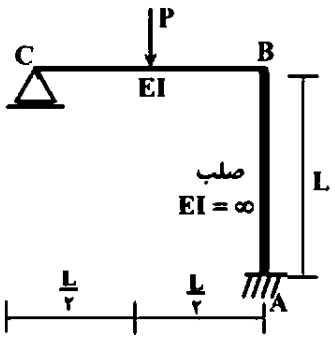


سازه ناپایدار است. بنابراین **نشست تکیه گاه تاثیری بر نیروها ندارد**.

بررسی تاثیر نیروی 5ton:



**۱۷- در قاب مطابق شکل، نیروی محوری عضو صلب AB چه ضریبی از P می‌باشد؟**



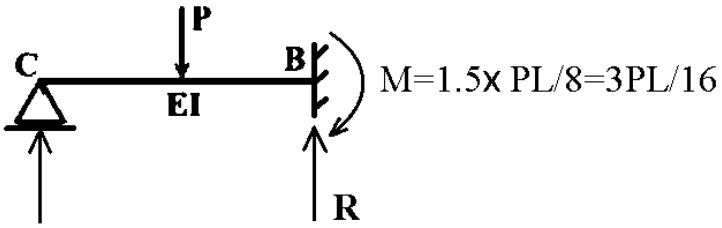

۱) $\frac{11}{16}$

۲) $\frac{5}{16}$

۳) $\frac{3}{16}$

۴) $\frac{1}{2}$

گزینه ۱

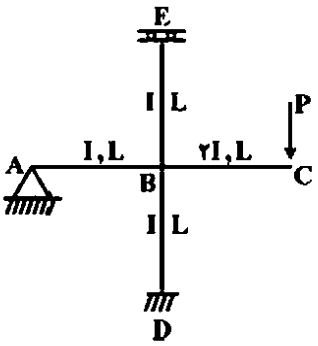



با استفاده از روابط شیب افت مقدار لنگر تکیه گاه B برابر $\frac{3PL}{16}$ بدست می آید.

برای یافتن R می توان حول نقطه C لنگر گیری کرد:

$$\sum M_C = 0 \qquad \rightarrow \qquad RL - \frac{PL}{2} - \frac{3PL}{16} = 0 \qquad \rightarrow \quad R = \frac{11}{16}P$$

**۱۸- در قاب مطابق شکل، مقدار لنگر $M_{DB}$ چه ضریبی از PL می‌باشد؟**




۱) $-\frac{1}{3}$

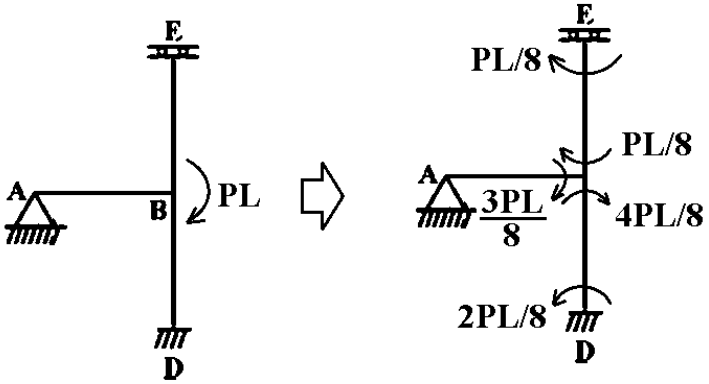
۲) $-\frac{1}{6}$

۳) $-\frac{1}{8}$

۴) $-\frac{1}{16}$

گزینه ؟

پاسخ برابر $\frac{2PL}{8} = \frac{PL}{4}$ می باشد که در گزینه ها وجود ندارد. شکل زیر حل به روش پخش لنگر را نشان میدهد. لنگر PL بین سه عضو به نسبت سختی تقسیم می شود و سپس به انتهای دور اعضا منتقل می شود:



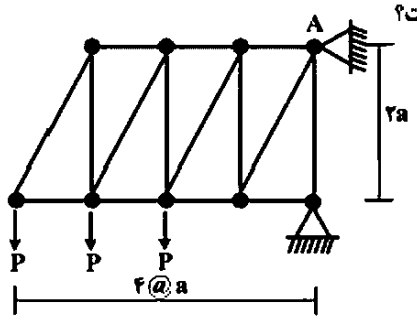
۱۹- در خرپای مطابق شکل، مقدار عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه A کدام است؟

۱) ۳P

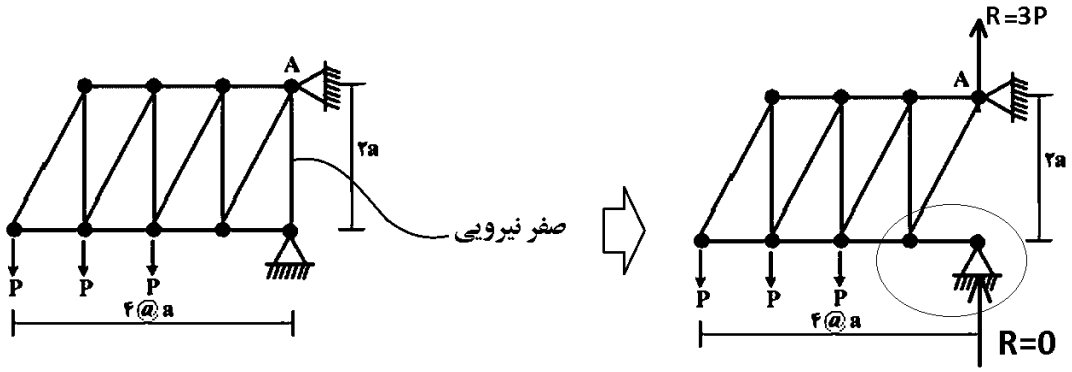
۲) ۲٫۵P

۳) ۲P

۴) ۱٫۵P




گزینه ۱



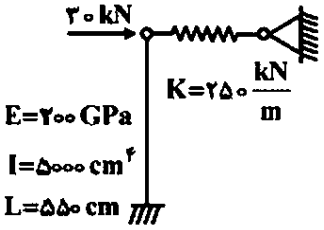

۲۰- در سیستم سازه‌ای مطابق شکل، نیروی فنر برحسب kN کدام است؟

۱) ۳۶٫۳

۲) ۲۲٫۳

۳) ۱۷٫۴

۴) ۱۴٫۵




گزینه ۳

سختی ستون طره برابر است با:

$$\frac{3EI}{L^3}=\frac{3\times(2\times10^8 kPa)(5\times10^{-5}m^4)}{5.5^3}=180\frac{kN}{m}$$

بنابراین سهم فنر از نیروی $30kN$ برابر است با:

$$F_{\text{فنر}}=\frac{250}{250+\frac{3EI}{L^3}}\times30=\frac{250}{250+180}\times30=17.44\ kN$$