دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

خلاصه درس تحلیل سازه ها

(بر مبنای کتاب سری عمران جدید)

تهیه و تنظیم : مصطفی رحیمی

E-MAIL: nce.rahimi@yahoo.com

بهار سال ۱۳۹۴

مقدمه :

خلاصه ای که پیش روی شماست، خلاصه درس تحلیل سازه ها کتاب دو جلدی سری عمران جدید چاپ ۱۳۹۲ می باشد.

دقت شود که به دلیل حجیم بودن و وقت گیر بودن اشکال در این درس، از به کارگیری خط کش در رسم شکل ها خودداری شده است. البته شکل ها طوری رسم شده اند که به خوبی مفهوم درس را برسانند و گویای مطالب باشند.

در این جزوه سعی شده است که خلاصه ها همراه با ذکر مثال باشند به دلیل آنکه درس های مربوط به مکانیک جامدات برای یادگیری نیاز به ذکر مثال دارند.

امید است که مورد رضایت مهندسین عزیز واقع شود ...

در مورد نحوه ی خواندن درس تحلیل سازه ها و توضیح بیشتر در مورد این درس، پی دی افی آماده گردیده که پیشنهاد می شود قبل از مطالعه این درس آن پی دی اف نیز مطالعه شود.

لطفا هرگونه انتقاد و پیشنهاد در مورد این جزوه را از طریق ایمیل **nce.rahimi@yahoo.com** با بنده در میان بگذارید.

به امید موفقیت شما مهندسین عزیز در کنکور کارشناسی ارشد

مصطفی رحیمی

رتبه ۳۴ کنکور کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران سال ۱۳۹۴

Subject: Mostafa Rahimi — تحلیل سازه ها

Date: No:

فصل اول: درجه نامعینی در سازه ها:

درجات های متعارف؛

تعداد درجات نامعینی

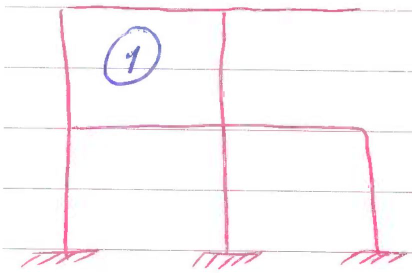
تعداد عکس العمل تکیه گاهی

تعداد معادلات تعادل استاتیکی

$$DI = (r + 3K) - (C + 3)$$

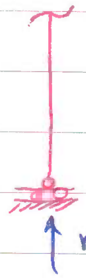
تعداد حلقه

تعداد معادلات شرط ها



تذکر: فضای بسته با زمین در شمارش حلقه ها حساب نمی شود.

$K = 1$



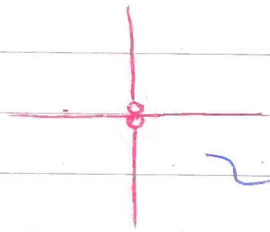
در تکیه گاه غلتکی؛

در تکیه گاه غلتکی یک عکس العمل داریم:

$r = 1$

تعداد معادلات شرط (C):

در مفصل خمشی → $\boxed{C = n - 1}$

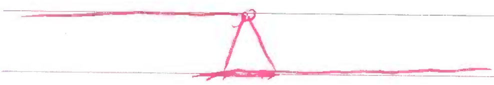


$C = (2-1) + (2-1) = \boxed{2}$

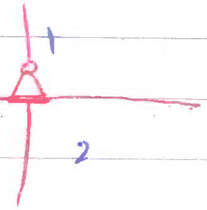
منظور از درجه تکیه گاه مفصلی باشد یا غلتکی

$\boxed{C=2}$

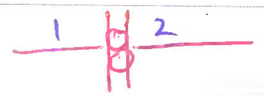
در تکیه گاه مفصلی داخلی (به زمین وصل نباشد) → $\boxed{C = n - 1}$



$C = 2 - 1 = \boxed{1}$



$C = 2 - 1 = 1$



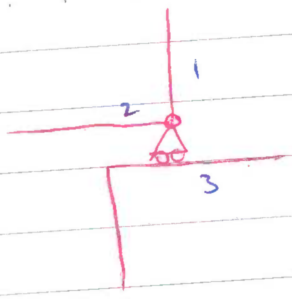
$C = n - 1 = 2 - 1 = 1$

No:

$\boxed{C = n}$

در تکیه‌گاه غلطکی: (داخلی)

وقتی به زمین متصل نباشد



$\boxed{C = 3}$

در اتصالات کشویی:

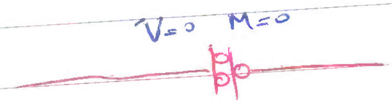
$C = 2 - 1 = 1$

یعنی به تعداد درجه صفر در بیان معادله شرط داریم

$C = 1 + 1 = 2$

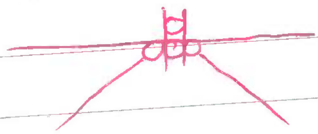
در این جا چون عکس العمل نیروی محوری و لنگر خمشی صفر است پس $\boxed{C=2}$

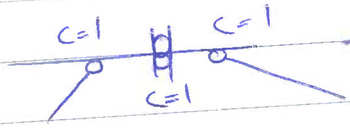
$C = 1 + 1 = 2$



$C = 1 + 1 = 2$

نکته:

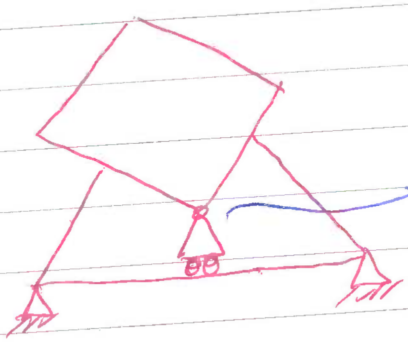




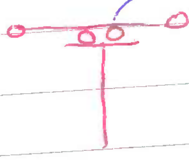
$\rightarrow C = 3$

در تکیه‌گاه غلطکی داخلی: (به زمین متصل نباشد)

$\boxed{C = n}$

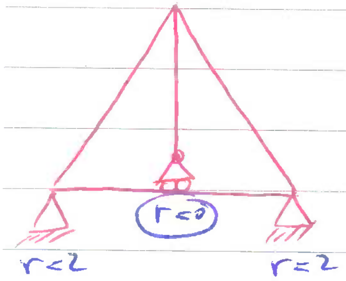


$C = 3$



$\boxed{C = 1}$

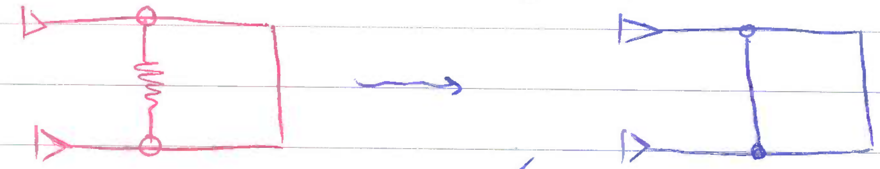
نکته: تکیه‌گاه‌هایی که به زمین متصل نیستند در سازه r نمی‌دهند.



فنرها:

① تمامی فنرهای انتقالی تکیه‌گاهی و فنرهای دورانی (تکیه‌گاهی یا داخلی) را از سازه حذف کرده و به تعداد این فنرهای حذف شده به درجه نامعینی می‌افزاییم.

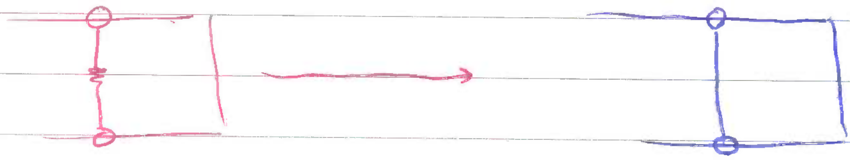
② فنرهای داخلی را با یک عضو دو سر مفصل جایگزین می‌کنیم.



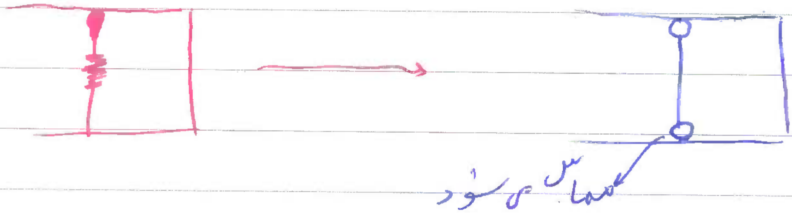
③ کابل‌های خارجی (تکیه‌گاهی) را مثل فنرهای تکیه‌گاهی عمل می‌کنیم.
کابل‌های داخلی را با عضو دو سر مفصل جایگزین می‌کنیم.

مفصل‌ها مماس بر اعضا باشند

نکته: اگر فنر خودش دو سر مفصل بود ←



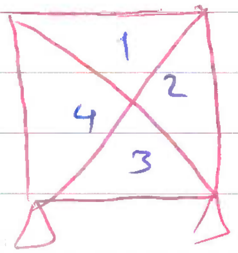
اگر فنر خودش دو سر مفصل نبود ←

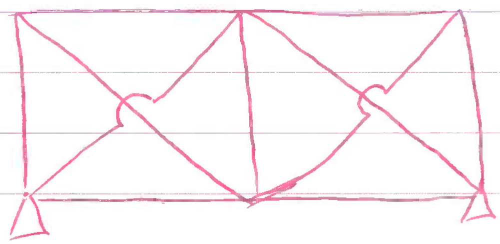


Subject:

Date: No:

نکته 3: در صورتی که دو عضو سازه از روی هم رد شوند ← حلقه‌ها را به طور معمول می‌شماریم و در آخر به تعداد عضوهای عبوری از یکدیگر 1- می‌کنیم.





$K = 4$

از K کم می‌کنیم ← $K = 8 \underbrace{-1-1}_{\text{به ازای هر حرکت یک (1-)}} = 6$

$K = 1$

نکته: شمارش حلقه زیر پا دوش نره!!

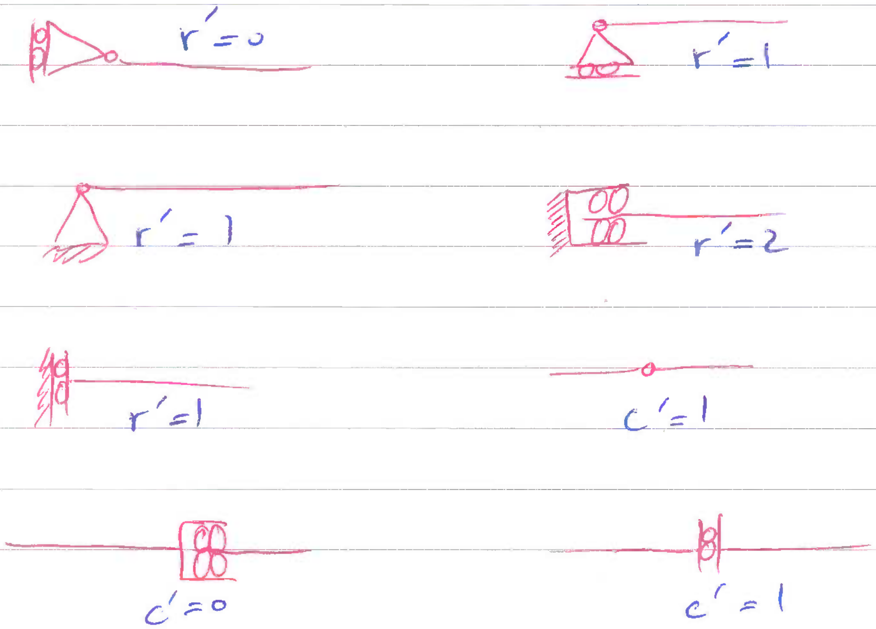
درجه نامعینی حرکت با رفتار:

$$\boxed{DJ = r' - (c'+2)}$$

c': تعداد معادلات شرط غیر وابسته به نیروی محوری

r': تعداد عکس‌العمل‌های غیر افقی در تکیه‌گاه‌ها

مثال:



نکته‌ی مهم: حتماً باید در صورت سوال قید شود که بارگذاری در راستای قائم است. وگرنه باید از فرمول صفحه قبل استفاده کرد

خرپاهای دو بعدی:

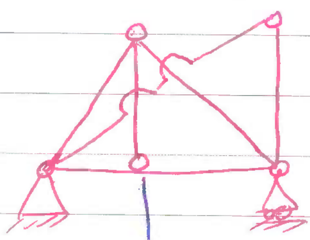
$$\boxed{DI = (m+r) - 2n}$$

تعداد مفصل‌های خرپا

تعداد اعضای خرپا

تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

مهم: دقت شود در خرپا حتماً باید مفاصل باشد اگر باشد خرپا نیست. مثلاً



خرپا نیست

$r = 3$

$C = 2+1+2+2+1 = 8$

$K = 5-1-1 = 3$

$\Rightarrow \boxed{DI = 1}$

قاب‌های فضایی:

$$\boxed{DI = (6m+r) - (6n+c)}$$

تعداد معادلات شرط (رابطه‌ی زیر)

تعداد اعضای قاب

تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

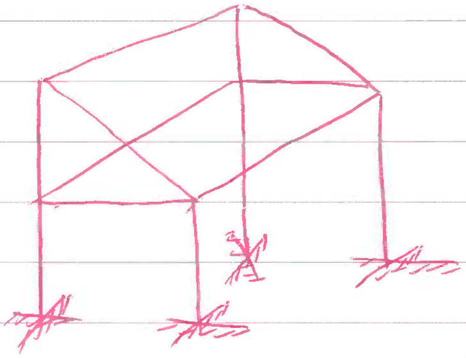
n: تعداد گره‌ها (محل برخورد دو یا چند عضو گره نامیده می‌شود همچنین محل اتصال اعضای سازه به زمین را نیز گره در نظر می‌گیریم)

$$\boxed{C = \sum 3\times(p-1) - (\text{تعداد اعضای دو سر مفصل موجود در سازه})}$$

تعداد اعضای متصل به مفصل خمشی

عکس العمل های تکیه گاهی در فضای سه بعدی ؟

$r=1$ $\quad$ $r=3$ $\quad$ $r=3$ $\quad$ $r=6$



$m=13$ تعداد اعضا

$r=24$ تعداد عکس العمل ها

$n=10$ تعداد گره ها

$C=0$ تعداد معادلات شرط

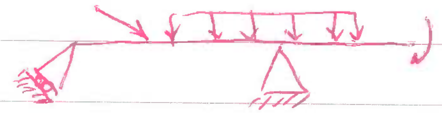
$$DI = 6\times 13+24-(6\times 10+0) = \boxed{42}$$

Subject:

Date: . . No:

فصل دوم: استاتیک تیرها و قاب‌ها:

درصورتی‌که عکس‌العمل‌های افقی و نیروی محوری داخلی صفر نباشد، تیر محسوب نمی‌شود.

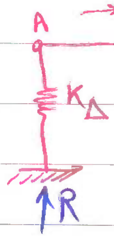


تیر محسوب نمی‌شود چون عکس‌العمل افقی دارد

درفنرها:

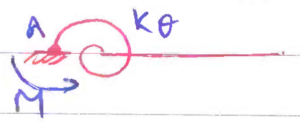
جابجایی A با جابجایی فنر برابر است

فنر انتقالی



$$\Delta_A = \frac{R}{K_\Delta}$$

فنر دورانی

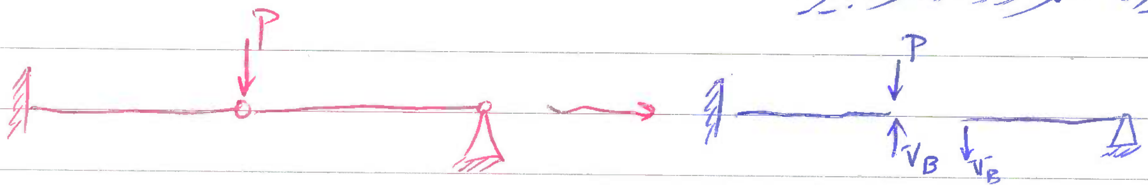


$$\theta_A = \frac{M}{K_\theta}$$

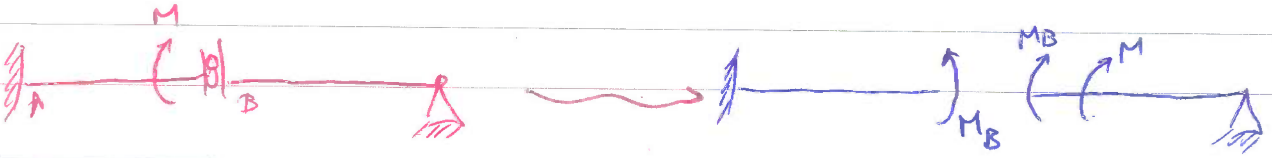
دوران نقطه A با دوران فنر برابر است.

نکات مهم:

(1) اگر نیروی متمرکز روی مفصل داخلی اثر کرد، می‌توان پس از جداسازی هر طرفی که دلخواست نیروی متمرکز را در نظر بگیریم.



(2) درصورتی‌که لنگر متمرکز روی یک مفصل برشی یا درطرفین آن اعمال شده بود، پس از جداسازی لنگر را در هر سمت می‌توان گرفت.



PONIX Note Book

Subject:

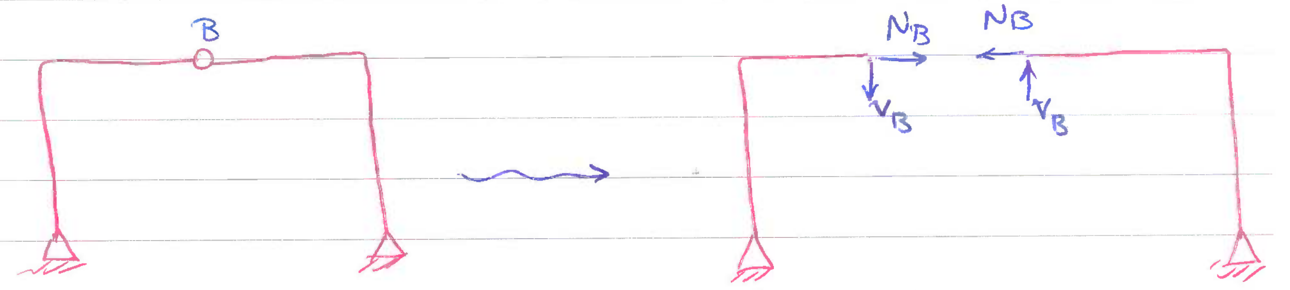
Date: No:

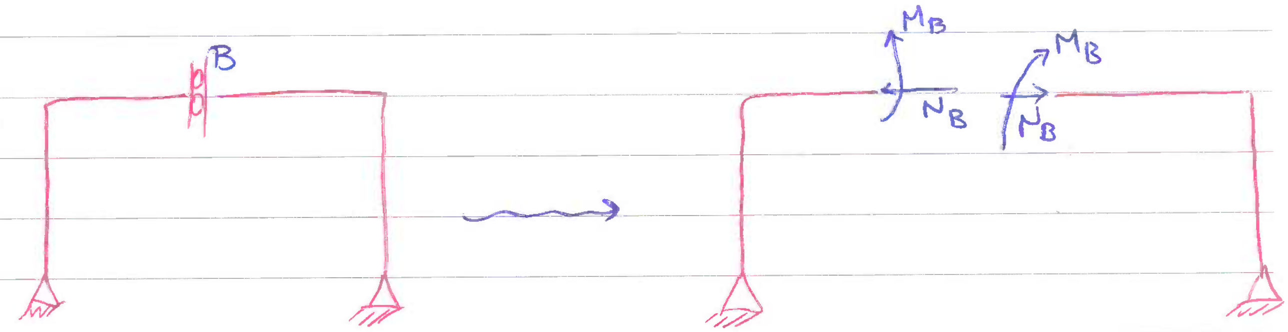
جداسازی مفصل خمشی

جداسازی مفصل برشی

همیشه بعد از جداسازی از طرفین شروع به محاسبه کنیم و مجهول کمتری داره.

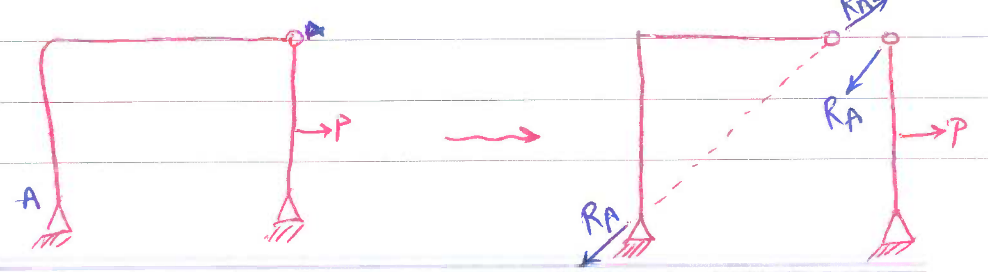
نکته مهم 13: اگر قید داشتیم، در هنگام جداسازی نیروی محوری یادمون نره !!





قاب با اعضای دو نیرویی:

اعضا پیوسته و دو سر مفصلی که هیچ گونه بار مستقیمی روی آن اعمال نشده است. در این اعضا برآیند نیروهای داخلی در دو انتهای عضو لزوماً در امتداد خط واصل مفاصل آن ها خواهد بود.

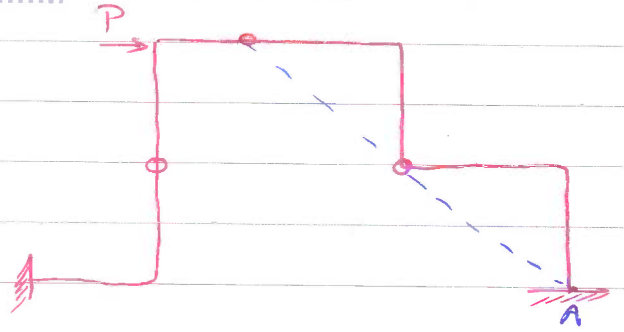


PONIX Note Book

Subject:

Date: . . No:

توجه:



چون در راستای هم اند پس $\boxed{M_A = 0}$

استاتیک خرپاها:

روش مفصل:

در هر مفصل دو معادله تعادل ← در هر گره دو مجهول

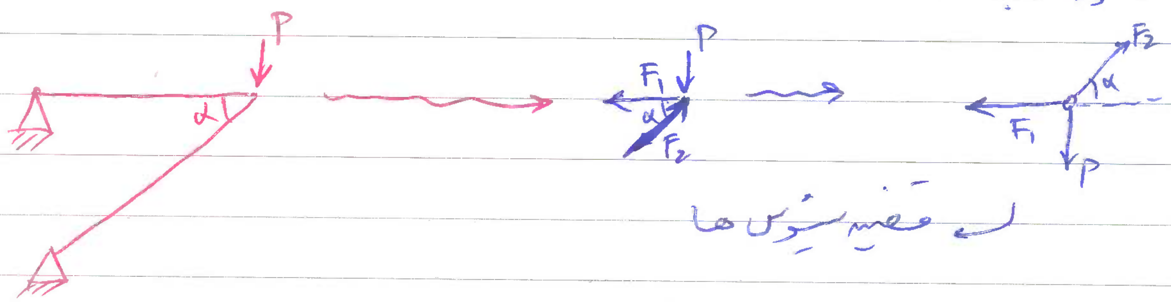
نکات:

۱) صفر نیروها: دو عضو غیر هم راستا و هیچ نیرویی روی مفصل اثر نکند ← هر دو صفر نیرویی اند.

اگر دو عضو هم راستا باشد و هیچ نیرویی روی مفصل اثر نکند ← عضو سوم صفر نیرویی است

→ صفر نیرویی

2) در گره هایی که نیروی خارجی اثر می کند و عضوها غیر هم راستا هستند قضیه‌ی سینوس ها بسیار پرکاربرد است.

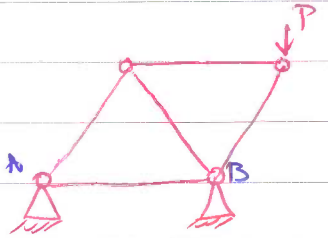


← قضیه سینوس ها

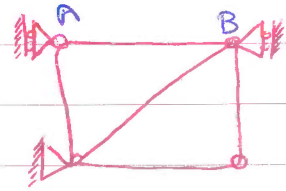
Subject:

Date: No:

نکته بسیار مهم: اگر یک عضو دو سر مفصل فاقد بارگذاری در آن باشد و دو انتهای آن نیز نسبت به یکدیگر تغییر مکان نداشته باشند، آن عضو صفر نیرویی است.



$\boxed{F_{AB}=0}$

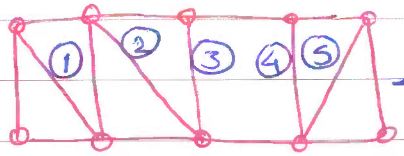


$\boxed{F_{AB}=0}$

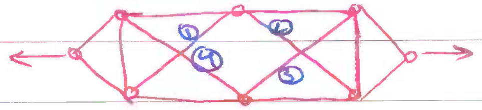
نتیجه گیری: در خرپای متقارن اگر دو شرط زیر باشد اعضای مورب صفر نیرویی اند:

۱) مفصل ها فاقد بارگذاری

۲) به مفصل‌ها چهار عضو رسیده باشد که دو عضو از آن عمود بر محور تقارن و دو عضو دیگر با محور تقارن زاویه یکسان α ساخته باشند.



1, 2, 3, 4, 5 ⟶ صفر نیرویی

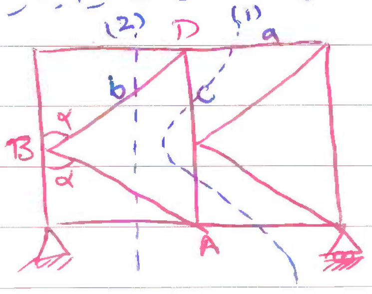


1, 2, 3, 4 صفر نیرویی

روش مقطع:

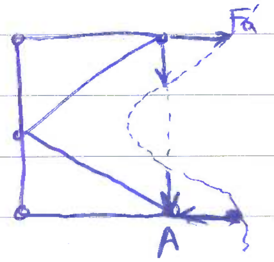
هر قسمت قطع شده تنها سه معادله تعادل می‌توان نوشت ⟵ حداکثر سه عضو مجهول را قطع کند

در حل ابتدا عکس العمل های تکیه گاهی را می‌یابیم سپس جوری مقطع می‌زنیم که حداکثر سه عضو مجهول را قطع کند. اگر بیش از سه عضو مجبور شدیم قطع کنیم، بهترین مقطع را سعی می‌کنیم بزنیم.



برای K شکل:

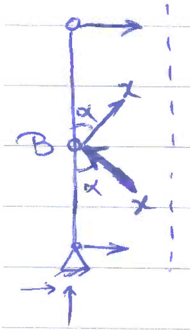
۱) یافتن نیرو در اعضا افقی ⟵



$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow \checkmark\ F_a$

Subject:
Date: . . No:

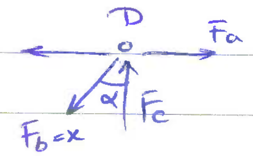
② یافتن نیرو در اعضای مایل:



$\sum F_y = 0 \Rightarrow x$ ✓

③ یافتن نیرو در اعضای قائم:

مفصل D:



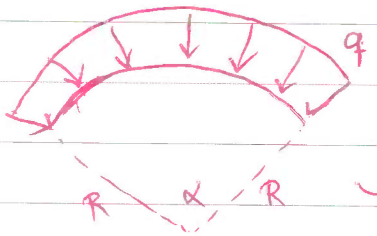
$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_c = F_b \cos\alpha = \boxed{x \cos\alpha}$ ✓

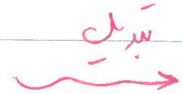
قاب قوسی شکل:

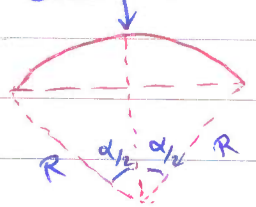
اگر از هر جای قوس ببریم، سه نیروی V و N و M بوجود می‌آید که مانند قبل عمل می‌کنیم.

نکته: اگر فشار ثابت q به صورت عمود به قوس وارد شود: نیروی معادل $2R\sin\frac{\alpha}{2}$ را به جای آن در نظر می‌گیریم:

$\boxed{2qR\sin\frac{\alpha}{2}}$







Subject:

Date: . . No:

فصل سوم : بررسی پایداری سازه‌ها .

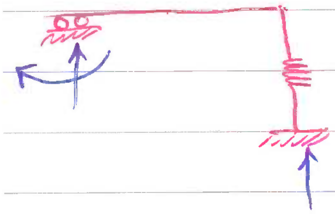
سازه پایدار ← سازه‌ای است که تحت هر نوع بارگذاری روی آن همواره متعادل است .

سازه ناپایدار ← بارگذاری وجود دارد که تعادل در سازه برقرار نیست .

درجه نامعینی { $DI<0$ ← ناپایدار
$DI=0$ ← معین و پایداری باید بررسی شود .
$DI>0$ ← نامعین است و پایداری باید بررسی شود .

تکیه‌گاه مناسب ← 3 عکس‌العمل نیرو { غیرموازی، غیرمتقارب

← دو عکس‌العمل ناموازی و یک عکس‌العمل از نوع لنگر



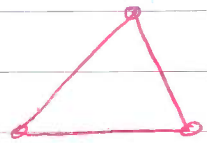
→ (ناپایدار است (دو عکس‌العمل ناموازی ندارد)

درجه نامعینی داخلی :

$$\boxed{D' = 3k - c}$$

c: معادلات شرط

k: تعداد حلقه بسته



$k=1$
$c=3$
$D' = 3\times1 - 3 = \boxed{0}$
← معین داخلی است .

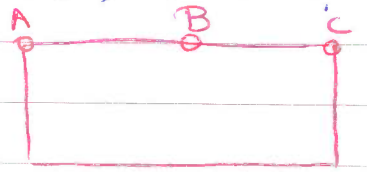
* اگر درجه‌ی نامعینی داخلی منفی شود ← حتماً لزوماً ناپایدار داخلی است . (عکس این مطلب صحیح نیست)

Subject: Mostafa Rahimi

Date: No:

هنگامی که سه مفصل در یک راستا باشند به گونه‌ای که مفصل وسط بتواند آزادانه بالا و پایین رود

جسم ناپایدار داخلی است.

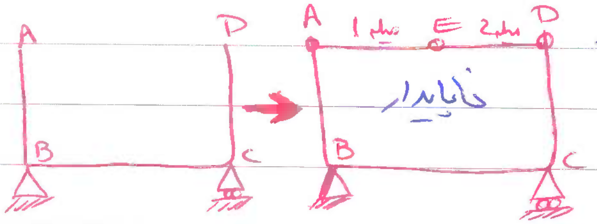


Imp) در صورتی که یک جسم ناپایدار داخلی باشد، برای اتصال مناسب آن به زمین و ایجاد شدن سازه‌ای پایدار دیگر ~~...~~ سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی کافی نبوده و بیش از سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی نیاز است.

ساختن اجسام صلب فرضی:

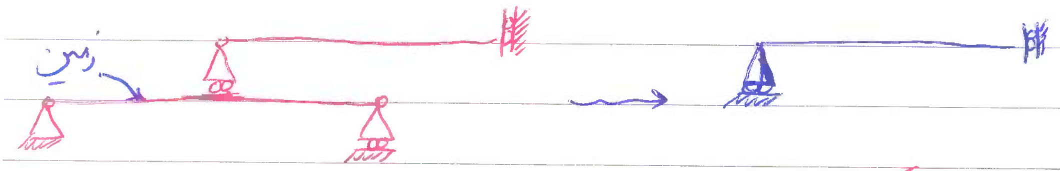
یک جسم پیوسته می‌تواند توسط دو میله‌ی دو سر مفصل و غیر هم راستا بزرگتر شود بدون اینکه پایداری آن تغییری کند.

اگر هم راستا باشند ← ناپایداری شود.



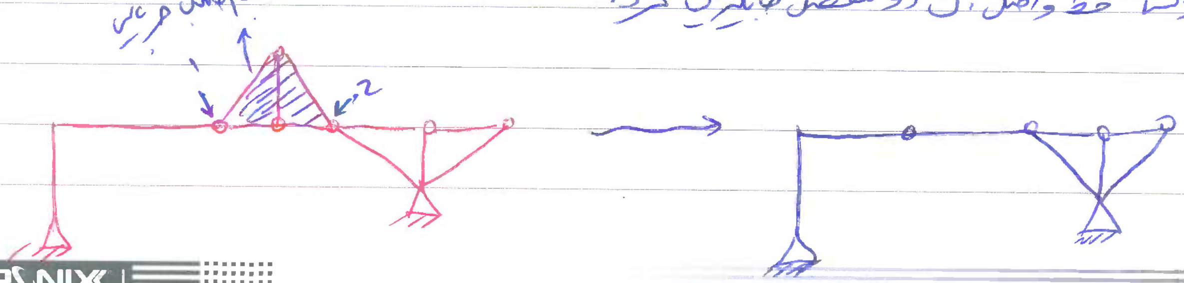
کوچک کردن سازه پایداری با زمین:

هرگاه قسمتی پیوسته با تکیه‌گاه مناسب به زمین وصل شود، آن قسمت پایدار است و معادل زمین است

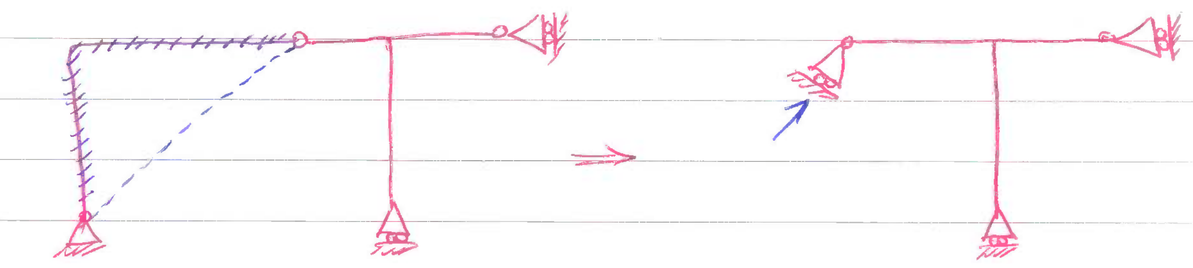


جایگزینی جسم صلب دو سر مفصل با یک میله:

هرگاه یک جسم صلب تنها با دو مفصل به سایر قسمت‌های سازه متصل شود، می‌توان آن را با یک میله در راستای خط واصل آن دو مفصل جایگزین کرد.



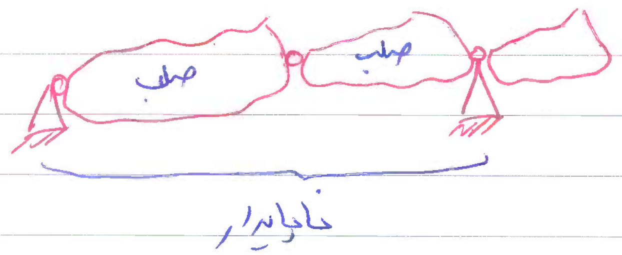
** هرگاه یک جسم صلب تنها با دو مفصل به سایر قسمت های سازه متصل شود ولی یکی از مفاصل آن به صورت تکیه گاه مفصلی باشد آن جسم صلب را می توان با یک میله در راستای خط واصل دو مفصل و میله را نیز برای سادگی بیشتر با یک تکیه گاه غلتکی در آن راستا جایگزین کرد.



سازه های سه مفصلی :

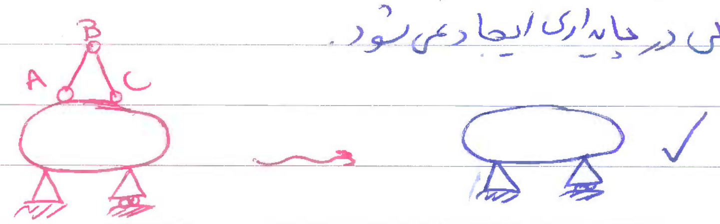
اگر سه مفصل در یک راستا ← ناپایدار

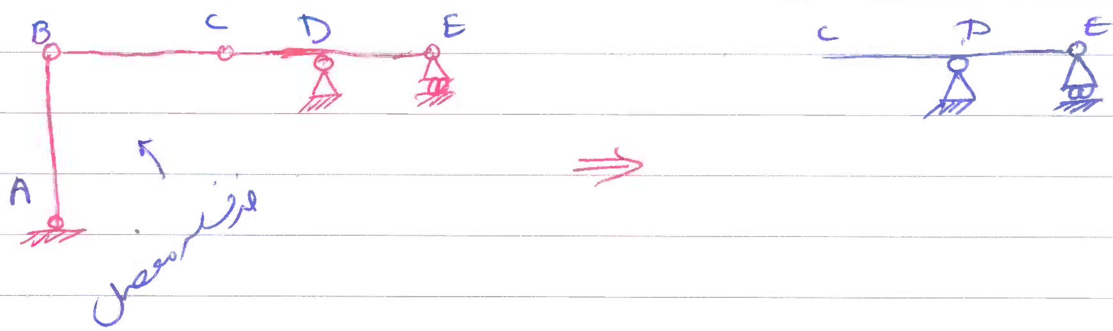
اگر سه مفصل غیر هم راستا ← پایدار



کوچک کردن سازه با حذف سه مفصل :

اگر در شکل زیر AB,BC حذف شوند خللی در پایداری ایجاد نمی شود.

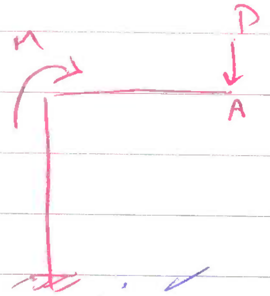




Subject:
Date: . . No:

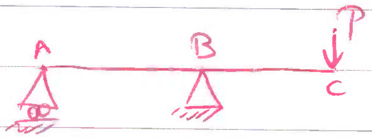
فصل چهارم: رسم دیاگرام برش و خمش :

* در انتهای آزاد در صورت عدم وجود لنگر ← لنگر خمشی صفر است.



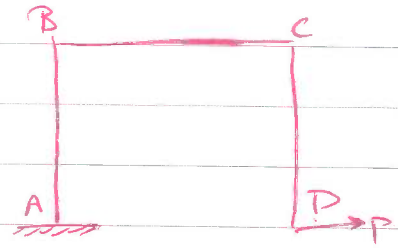
$$\boxed{M_A = 0}$$

* در تکیه‌گاه مفصلی (لبه‌ای) که لنگر متمرکز نداشته باشیم ← همواره لنگر خمشی صفر است.



لبه‌ای نیست $M_B \neq 0$, $M_A = 0$

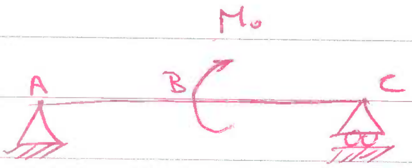
* در محل اتصال صلب دو عضو به یکدیگر (در قاب‌ها)، در صورتی که در محل اتصال، لنگر خمشی متمرکز وارد نکرده باشد مقدار لنگر خمشی در دو انتهای اعضا با یکدیگر برابر می‌باشد.



$$(M_B)_{BA} = (M_B)_{BC}$$

$$(M_C)_{CD} = (M_C)_{CB}$$

* مقدار لنگر خمشی داخلی در طرفین یک لنگر متمرکز نابرابر می‌باشد.



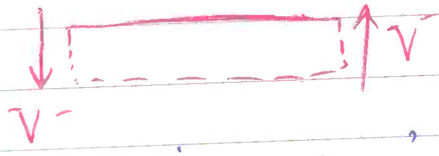
$$M_B^L \neq M_B^R$$

No:

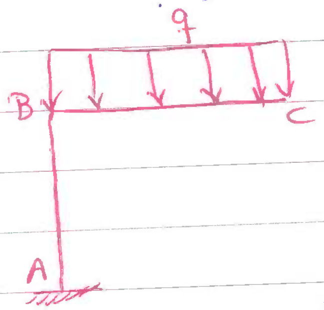
رسم دیاگرام برش :

برش مثبت: تمایل به دوران عضو در جهت ساعتگرد

برش منفی: تمایل به دوران عضو در جهت پادساعتگرد

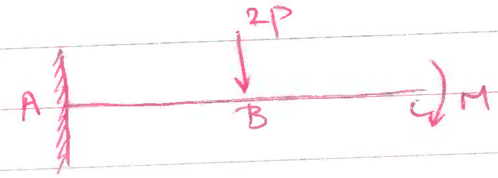


* در سر آزاد اعضا در صورت نبودن نیروی برشی متمرکز مقدار برش صفر می باشد.



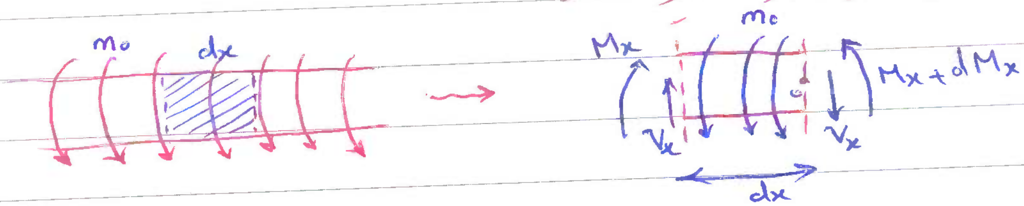
$$\boxed{V_C = 0}$$

* مقدار نیروی برشی داخلی در طرفین یک نیروی متمرکز، برابر نمی باشد.



$$V_{BL} \neq V_{BR}$$

دیاگرام ها در صورت اثر لنگر گسترده یکنواخت :



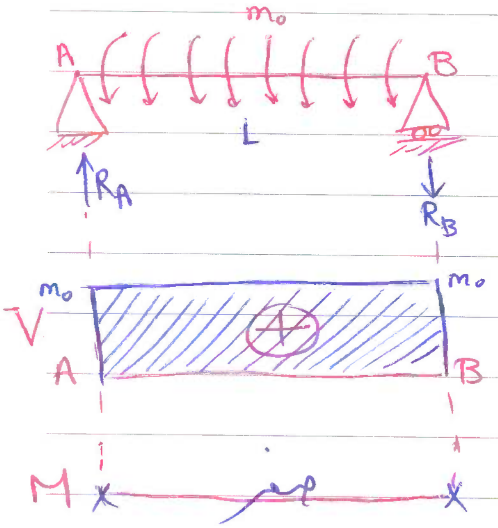
$$\sum M_o = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{dM_x}{dx} = (V_x - m_o)}$$

یعنی در هنگام اثر لنگر گسترده، شیب نمودار لنگر، برابر $V_x - m_o$ است.

* در طولی از یک قطعه که لنگر گسترده خمشی با شدت ثابت بر آن اعمال می شود، دیاگرام لنگر خمشی به صورت خطی تغییر می کند.

* در طولی از یک قطعه که لنگر گسترده خمشی با شدت ثابت بر آن اعمال می شود، دیاگرام برش به صورت یک خط افقی خواهد بود (زیرا مقدار برش در این طول ثابت است)

EXP



$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L - m_0 \times L = 0$

$\Rightarrow \boxed{R_A = m_0}$

چون نمودار برش $V = m_0$ است و شیب نمودار M برابر $V - m_0$ پس $V - m_0 = m_0 - m_0 = \boxed{0}$

پس دیاگرام M ← صفر است.

Subject:

Date: No:

فصل پنجم: روش کار مجازی در خرپاها

$$\boxed{\underset{(1)}{\Delta_i} + \underset{(2)}{W_R} = \underset{(3)}{\sum \frac{F\bar{F}L}{AE}} + \underset{(4)}{\sum \bar{F}\alpha L\Delta T} + \underset{(5)}{\sum \bar{F}\delta} + \underset{(6)}{\sum \frac{R\bar{R}}{K_\Delta}}}$$

(1) تغییر مکان در نقطه دلخواه i

(2) نشست تکیه‌گاه‌ها

(3) اثر نیروی محوری در اعضای سازه

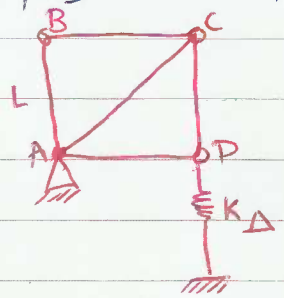
(4) اثر تغییر دمای اعضا

(5) اثر خطای ساخت در حین مونتاژ اعضای خرپا

(6) اثر وجود فنرهای انتقالی داخلی یا خارجی

* برای محاسبه‌ی تغییر مکان به روش کار مجازی ابتدا تمامی نیروهای داخلی اعضای خرپا را به روش‌های که بلدیم (مثل مفصل یا مقطع) محاسبه می‌کنیم. سپس در محلی که می‌خواهیم تغییر مکانش را بدست بیاریم یک بار 1 وارد می‌کنیم و سپس از فرمول‌های بالا کمک می‌گیریم.

باید دقت کرد که هر چی سوال داده را در تغییر مکان در نظر بگیریم مثلاً در زیر هم نیروی محوری داریم هم فنر



$$\Delta_i = \sum \frac{F\bar{F}L}{AE} + \sum \frac{R\bar{R}}{K_\Delta}$$

ناشی از بار واحد

ناشی از بارطی

نکته بسیار مهم: همیشه ابتدا اگر سازه‌ای که بار واحد روش اعمال کردم را حساب کنم چون صفر نیروی‌ها بیشتر ارزش در میاد. و احتیاجی به محاسبه‌ی نیرو اعضای صفر نیروی در سازه اصلی نیست.

Subject:

Date: No:

درصورت وجود اعضای صلب ($AE=\infty$) نیازی به جای لسمی نیروی داخلی نسبت چون $\frac{FFL}{AE}$ صفر می‌شود.

تغییرمکان هر درار نشست ، دما :

در خرپاهای معین ، عوامل غیرمستقیم مثل دما، نشست ، خطای ساخت هیچ گونه نیروی داخلی و عکس العمل تکیه گاهی در سازه ایجاد نمی‌کند.

* پس اگر روی سازه بار نداشته باشیم ← همه‌ی نیروهای داخلی و عکس العمل ها = صفر

پس فقط معادله‌ی زیر را داریم:

$$\boxed{\Delta_i + W_R = \sum \bar{F} \alpha L \Delta T + \sum \bar{F} \delta}$$

دقت شود اثر دما ، از خطای ساخت F ناشی از سازه‌ی اصلی را نیاز نداریم.

بررسی W_R :

کار انجام شده توسط نشست تکیه گاهی در اثر عکس العمل های سازه تحت بار واحد می‌باشد.

$$W_R = \pm \text{(عکس العمل تکیه‌گاه دارای نشست تحت بار واحد)} \times \text{(نشست تکیه‌گاهی مربوط)}$$

$$= \pm \quad \bar{R}_i \quad \times \quad \Delta_i$$

* وقتی اثر دما داریم $F\alpha L \Delta T$ ← باید دقت کرد که اگر عضوه کشش ← $F>0$

" " " " فشار ← $F<0$

بررسی $\sum \bar{F} \delta$:

در نظر گرفتن خطای ساخت اعضا در رابطه کار مجازی است.

δ : خطای ساخت عضو

F : نیروی داخلی عضو دارای خطای ساخت ، تحت اثر بارگذاری واحد

Subject:

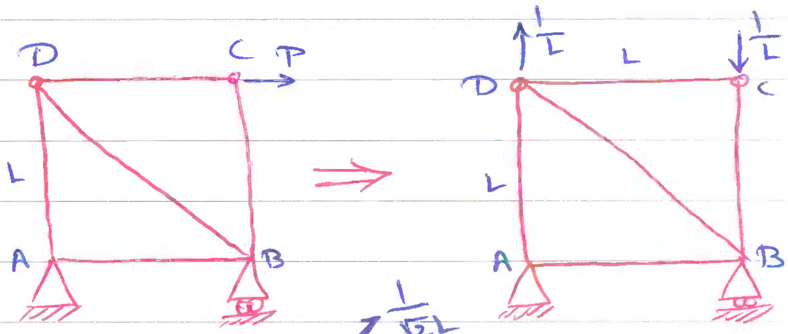
Date: No:

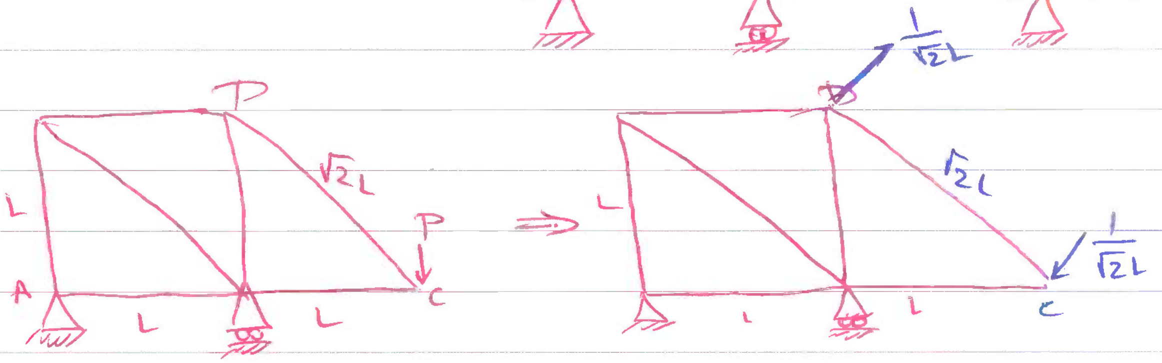
دقت: اگر در هنگام ساخت ← عضو بلندتر از مقدار واقعی شود ← $\delta > 0$

〃 کوتاه‌تر 〃 〃 〃 ← $\delta < 0$

نکته: برای محاسبه‌ی میزان چرخش یک عضو از یک خرپا، یک کوپل (زوج نیرو) را به صورت عمود بر عضو در دو انتهای آن طوری قرار می‌دهیم که لنگر حاصل از آن برابر واحد شود.

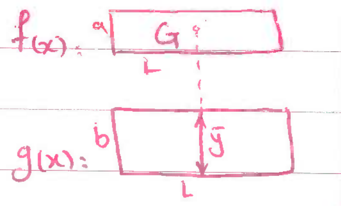
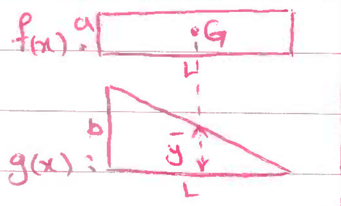
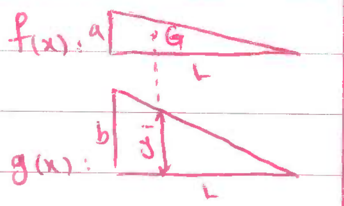
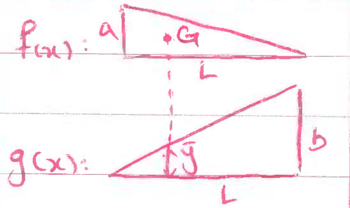
CP برای محاسبه‌ی چرخش ←



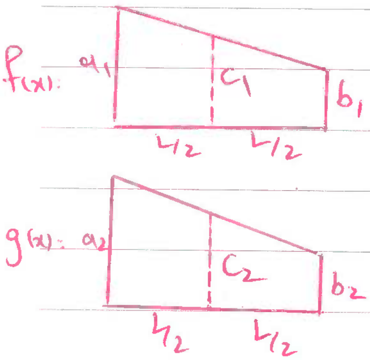


فصل ششم : روش کار مجازی در تیرها و قاب ها معین

روش ترسیمی دوم :

	مستطیل در مستطیل : $\int f(x).g(x) = abL$
	مستطیل در مثلث : $\int f(x).g(x) = \frac{abL}{2}$
	مثلث در مثلث با قاعده نظیر هم : $\int f(x).g(x) = \frac{abL}{3}$
	مثلث در مثلث با قاعده غیر نظیر هم : $\int f(x).g(x) = \frac{abL}{6}$

* دقت شود در انتگرال ها باید با علامت قرار داده شوند .



$$\boxed{\int f(x).g(x) = \frac{L}{6}\times\left[a_1a_2+4c_1c_2+b_1b_2\right]}$$

$$c_1 = \frac{a_1+b_1}{2} \quad , \quad c_2 = \frac{a_2+b_2}{2}$$

روش کار مجازی در تیرها و قاب‌های معین:

$$\Delta_i + W_R = \int \frac{M\bar{M}}{EI}dx + \int \frac{V\bar{V}}{GA_s}dx + \int \frac{N\bar{N}}{AE}dx + \int \frac{T\bar{T}}{GJ}dx + \int \bar{N}\alpha\Delta T dx + \int \bar{M}\frac{\alpha}{h}(T_b - T_t)dx + \sum \bar{N}\delta + \sum \frac{R\bar{R}}{K_\Delta} + \sum \frac{m\bar{m}}{K_\theta}$$

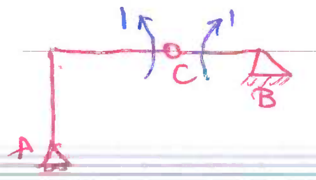
(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11)

(1) تغییر مکان در نقطه دلخواه؛
(2) اثر نشست تکیه‌گاه‌ها
(3) اثر تغییر شکل‌های خمشی
(4) اثر تغییر شکل‌های برشی
(5) اثر تغییر شکل‌های محوری
(6) اثر تغییر شکل‌های پیچشی
(7) اثر تغییر دمای اعضا
(8) اثر گرادیان حرارتی در اعضا
(9) اثر خطای ساخت در هنگام سوار کردن
(10) اثر فنرهای انتقالی
(11) اثر فنرهای دورانی

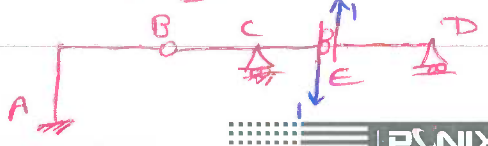
برای محاسبه‌ی تغییر مکان ابتدا سازه را حل می‌کنیم و نمودار لنگر آن را رسم می‌کنیم سپس بار واحد را در نقطه‌ای که می‌خواهیم تغییر شکل آن را حساب کنیم، وارد می‌کنیم و نمودار لنگر سازه‌ی مجازی را رسم می‌کنیم. و سپس به روش ترسیمی هور مقادیر فرمول بالا را محاسبه می‌کنیم.
البته این روش برای این است که ما مقطع خمشی داشته باشیم.
برای برش و پیچش و ... از همین روش استفاده می‌کنیم البته نمودارهای مخصوص خودشان را می‌کشیم.

* اگر دوران را از ما خواستند بار مجازی را کجا وارد کنیم؟

اختلاف دوران در C



اختلاف خیز در E



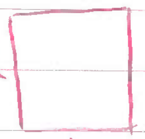
Subject:

Date: No:

تغییر شکل برشی در قاب‌ها و تیر:

$$\boxed{\Delta_i = \int \frac{V\bar{V}}{GA_s}\,dx} \qquad \boxed{G = \frac{E}{2(1+\nu)}}$$

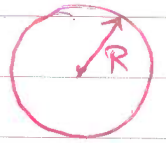
A_s: مساحت موثر برشی مقطع عضو (از روابط زیر)



h

b

$$\rightarrow \boxed{A_s = \frac{5}{6}bh}$$



R

$$\boxed{A_s = \frac{9}{10}\pi R^2}$$

تغییر شکل محوری در قاب و خرپا

$$\int \frac{N\bar{N}}{AE} \longrightarrow \boxed{\frac{N\bar{N}L}{AE}}$$

AE → صلبیت محوری مقطع

تغییر شکل قاب و تیر تحت نشست و ... :

همان طور که می‌دانیم عواملی مانند نشست، تغییر دما و خطای مونتاژ، نیروی داخلی در اعضای سازه معین، و همچنین در تکیه‌گاه‌ها وارد (ایجاد) نمی‌کنند.

$$\Delta_i + W_R = \int \bar{N}\alpha\Delta T\,dx + \int \bar{M}\frac{\alpha}{h}(T_b - T_t)\,dx + \sum \bar{N}\delta$$

W_R: اثر نشست تکیه‌گاه‌ها در تغییر مکان (مانند فصل قبل حساب می‌شود)

$\bar{N}$: نیروی داخلی محوری در عضوی که گرم یا سرد شده است تحت بارگذاری واحد

α: ضریب انبساط حرارتی

δ: خطای ساخت

$\delta < 0$ ← عضو کوتاه‌تر

$\delta > 0$ ← عضو بلندتر

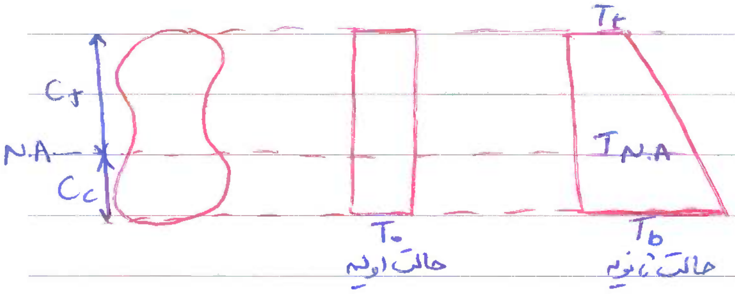
PONIX NOTE BOOK

Subject:

Date: . . No:

تغییرات حرارتی :

اگر بین پایین و بالای مقطع یک عضو از سازه اختلاف دما ایجاد شود ~~که~~ سبب خمش شده و به آن تغییرات حرارتی گویند.



$T_0 \longrightarrow$ دمای اولیه مقطع

$T_b \longrightarrow$ دمای پایین مقطع

$T_t \longrightarrow$ دمای بالای مقطع

} → پس از تغییر دمای ثانویه

اختلاف دمای $T_b - T_t$ باعث دوران مقطع شود و دوران حرارتی ΔT^* را ایجاد می‌کند.

تغییر دمای یکنواخت نسبت به حالت اولیه باعث انبساط طولی در سازه می‌شود.

$$\boxed{\int \bar{M}\alpha\,\frac{(T_b - T_t)}{h}\,dx + \int \bar{N}\alpha\,(T_{N.A} - T_0)\,dx}$$

دمای پایین مقطع

دمای بالای مقطع

$\bar{M}$: معادله تغییرات لنگرخمشی تحت بار واحد

h : ارتفاع مقطع عضو

نکته مهم : در تیرها و قاب‌ها از تغییر شکل‌های محوری در برابر تغییر شکل‌های خمشی صرف‌نظر می‌شود.

در مقطع مستطیل $\longrightarrow$ $\boxed{T_{N.A} = \frac{T_b + T_t}{2}}$

* توضیحی در مورد W_R :

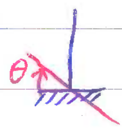
W_R

→ اگر تکیه‌گاه نشست داشت

$\longrightarrow \pm R\delta$

عکس العمل تکیه‌گاه تحت بار واحد

→ اگر تکیه‌گاه نشست دورانی داشت



$\longrightarrow \pm \bar{M}\theta$

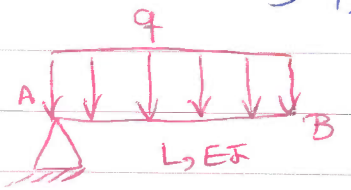
← عکس العمل تکیه‌گاه تحت بار واحد

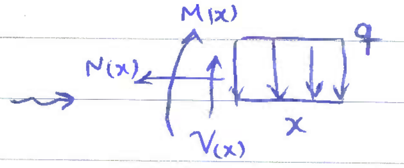
Subject:

Date: . . No:

تغییر شکل تیر تحت بار گسترده :

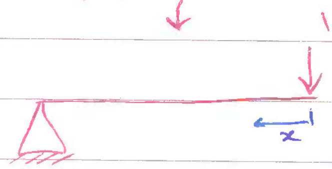
در چنین حالتی روش ترسیمی جواب نمی دهد و باید انتگرال گیری مستقیم کرد .

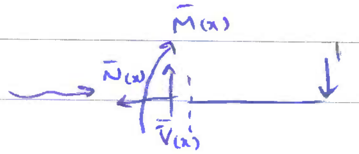




$$M(x) + \frac{qx^2}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{M(x) = -\frac{qx^2}{2}}$$

سازه مجازی





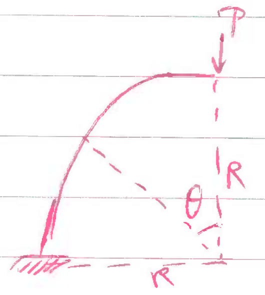
$$\boxed{\bar{M}(x) = -x}$$

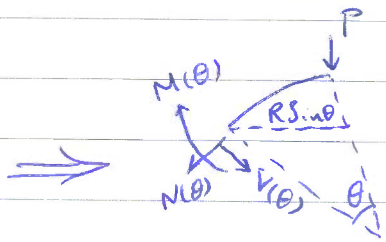
$$\Rightarrow \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx = \int -\frac{qx^2}{2} \times \frac{-x}{EI} dx$$

تغییر شکل سازه های قوسی شکل معین :

در این اشکال تمامی معادلات و انتگرال های قبل را که dx دارند با $Rd\theta$ جایگزین می کنیم .

$$\Delta_i + W_R = \int \frac{M\bar{M}}{EI} Rd\theta + \int \frac{V\bar{V}}{GA_s} \times Rd\theta + \int \frac{T\bar{T}}{GJ} Rd\theta + \int \frac{N\bar{N}}{AE} Rd\theta$$





Subject:

Date: . . No:

فصل هفتم : روش تیر مزدوج :

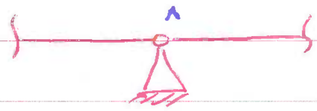
این روش معمولاً برای محاسبه‌ی خیز و شیب در تیرها به کار می‌رود.

برش ⟵ (θ) نشان دهنده دوران

خمش ⟵ (y) نشان دهنده جابجایی

نکات: شرایط مرزی استاتیکی هندسی :

① در یک نقطه میانی دلخواه از یک تیر، برش در سمت چپ و راست آن برابر است، مگر آن که در آن نقطه، نیروی متمرکز اثر کرده باشد. اختلاف برش در سمت چپ و راست، برابر با مقدار بار متمرکز است.

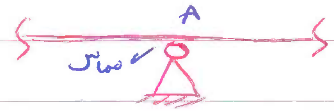


$(V_L)_A = (V_R)_A$

$(V_L)_A \neq (V_R)_A$

$|V_L - V_R| = R$

② در یک نقطه میانی از یک تیر، لنگر در سمت چپ و راست آن برابر است، مگر آن که در آن نقطه مورد نظر لنگر متمرکز اثر کرده باشد.

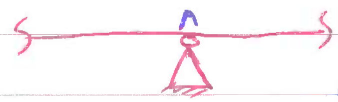


$(M_L)_A = (M_R)_A$

$(M_L)_A \neq (M_R)_A$

$(M_L)_A = 0$ و $(M_R)_A = M$

③ در یک نقطه میانی از یک تیر، شیب چپ و راست آن برابر است، مگر آن که در آن نقطه یک مفصل خمشی داخلی وجود داشته باشد.



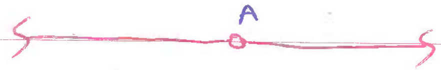
$(\theta_L)_A \neq (\theta_R)_A$

$(\theta_L)_A = (\theta_R)_A$

Subject:

Date: No:

۴) در یک نقطه میانی از یک تیر، خیز چپ و راست نقطه برابر است، مگر آن که در آن نقطه یک مفصل برشی داخلی موجود باشد.



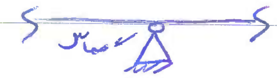
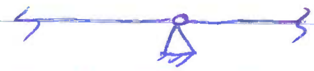
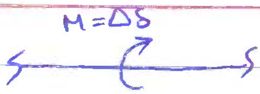
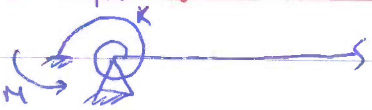
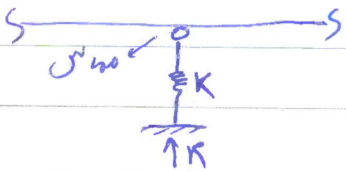
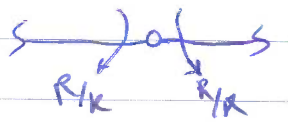
$(y_L)_A = (y_R)_A$

$(y_L)_A \neq (y_R)_A$

۳ رسم تیر مزدوج

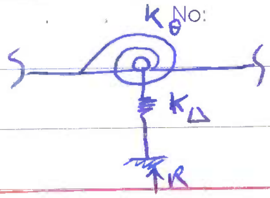
برش نقطه i در تیر مزدوج (شرط مرزی استاتیکی در تیر مزدوج) = شیب نقطه i در تیر اصلی

لنگر نقطه i در تیر مزدوج $\equiv$ خیز نقطه i در تیر اصلی

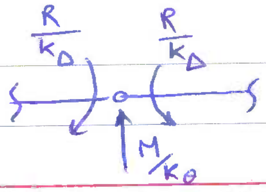
تیر اصلی		تیر مزدوج	
	$\theta \neq 0$, $y \neq 0$		$V \neq 0$, $M \neq 0$
	$\theta_L \neq \theta_R$, $y_L = y_R \neq 0$		$V_L \neq V_R$, $M_L = M_R \neq 0$
	$\theta_L \neq \theta_R$, $y = 0$		$V_L \neq V_R$, $M = 0$
	$\theta_L = \theta_R \neq 0$, $y_L = y_R \neq 0$		$V_L = V_R \neq 0$, $M_L = M_R \neq 0$
 $\lvert y_L - y_R \rvert = \delta$	$\theta_L = \theta_R \neq 0$, $y_L \neq y_R$		$V_L = V_R \neq 0$, $M_L \neq M_R$
	$\theta \neq 0$, $y = \frac{R}{K}$		$V \neq 0$, $M = \frac{R}{K}$
	$\theta = M/K$, $y = 0$		$V = M/K$, $M = 0$
	$\theta_L = \theta_R$, $y = \frac{R}{K}$		$V_L = V_R$, $M = \frac{R}{K}$

Subject:

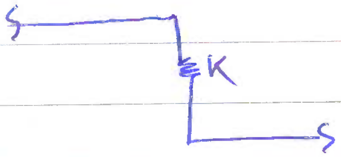
Date: No:



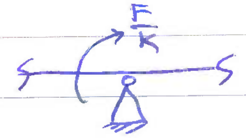
$$\begin{cases} \theta_L \neq \theta_R & |\theta_L - \theta_R| = \frac{M}{K_\theta} \\ y = \frac{R}{K_\Delta} \end{cases}$$



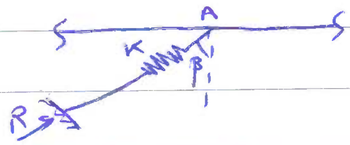
$$\begin{cases} V_L \neq V_R , & |V_L - V_R| = \frac{M}{K_\theta} \\ M = \frac{R}{K_\Delta} \end{cases}$$



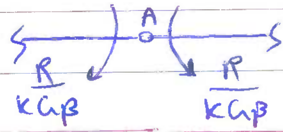
$$\begin{cases} \theta_L \neq \theta_R \\ y_L \neq y_R & |y_L - y_R| = \frac{F}{K} \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_L \neq V_R \\ M_L \neq M_R \\ |M_L - M_R| = \frac{F}{K} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \theta_L = \theta_R \\ y = \frac{R}{K \cos\beta} \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_L = V_R \\ M = \frac{R}{K\cos\beta} \end{cases}$$

محاسبه تغییر شکل با استفاده از تیر مزدوج:

۱) ابتدا دیاگرام لنگر را می‌کشیم و آن را بر EI تقسیم می‌کنیم.

۲) تیر مزدوج تیر اصلی را رسم می‌کنیم

۳) دیاگرام $\frac{M}{EI}$ را به صورت بارگذاری روی تیر مزدوج اعمال می‌کنیم.

۴) شیب در تیر اصلی ⟵ برش در تیر مزدوج

خیز در تیر اصلی ⟵ لنگر در تیر مزدوج

تعیین محل خیز حداکثر در تیرهای پیوسته:

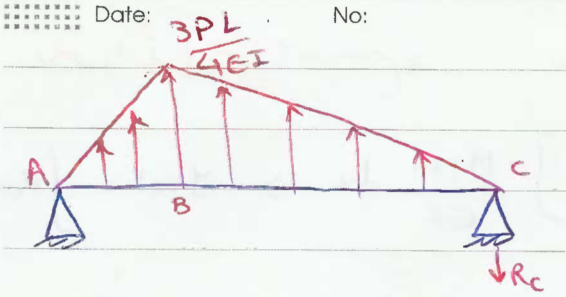
روش تیر مزدوج بهترین روش برای یافتن محل خیز حداکثر است. در این حالت باید نقطه‌ای را در تیر مزدوج بیابیم که لنگر حداکثر در آن رخ دهد. می‌دانیم که M_{max} در تیر مزدوج در محلی رخ می‌دهد که مقدار برش در آن نقطه صفر شود. $\left(\frac{dM}{dx} = 0\right)$

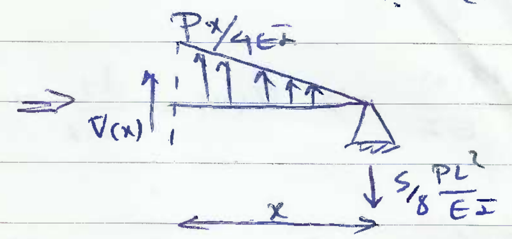
پس از رسم تیر مزدوج و اعمال $\frac{M}{EI}$ بر روی آن معادله‌ی تغییرات نیروی برشی در تیر مزدوج را می‌یابیم و آن را برابر صفر قرار می‌دهیم.

Subject: Mostafa Rahimi

Date: No:

EXP) تیر مزدوج روبرو را در نظر بگیرید





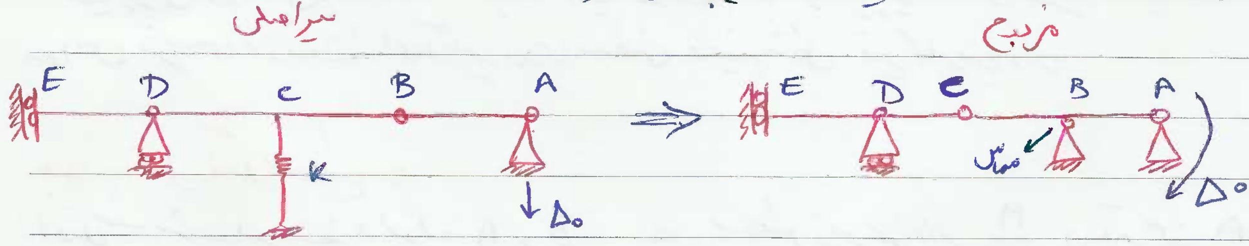
$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow R_C = \frac{5}{8}\frac{PL^2}{EI}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V(x) + \frac{Px}{4EI}\times\frac{x}{2} - \frac{5}{8}\frac{PL^2}{EI} = 0 \Rightarrow \boxed{V(x) = \frac{5}{8}\frac{PL^2}{EI} - \frac{Px^2}{8EI}}$$

$\Rightarrow V(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{5}\,L}$ ← محل خیز حداکثر

تیر مزدوج تحت اثر نشست تکیه گاهی

ابتدا باید سازه را چک کرد که معین است یا نامعین! اگر معین بود نشست اثرش نیست است ولی اگر نامعین بود نشست رو به بالا یا پایین به صورت لنگر در تیر مزدوج وارد می شود ← یعنی در مزدوج نیروی داخلی ایجاد می کند.



معین است پس فنر K هیچ مقداری ندارد ها !!

فصل هشتم : لنگر سطح و انتگرال گیری مستقیم :

Subject:

Date: No:

روش انتگرال گیری مستقیم :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \Rightarrow \theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI}\, dx \Rightarrow y(x) = \int \theta(x)\, dx$$

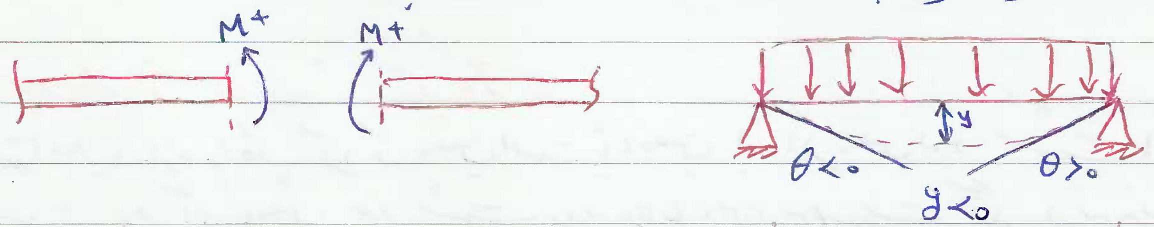
مهم → $y(x)$ (خیز) $\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $\theta(x)$ (شیب) $\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $M(x)$ (لنگر) $\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $V(x)$ (برش)

* این روش برای تعیین معادله ی تغییر شیب و خیز استفاده می شود.

قرارداد

شیب منحنی تغییر شکل در جهت مثلثاتی ← مثبت

خیز تیر به سمت بالا ← مثبت



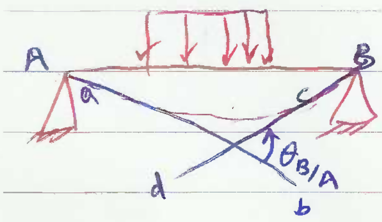
روش لنگر سطح در محاسبه تغییر شکل خمشی سازه ها :

این روش در تعیین اختلاف شیب بین دو نقطه از یک تیر پیوسته و انحراف یک نقطه نسبت به مماس ترسیمی از نقطه ای دیگر روی منحنی تغییر شکل تیر کاربرد دارد.

قضیه اول لنگر سطح :

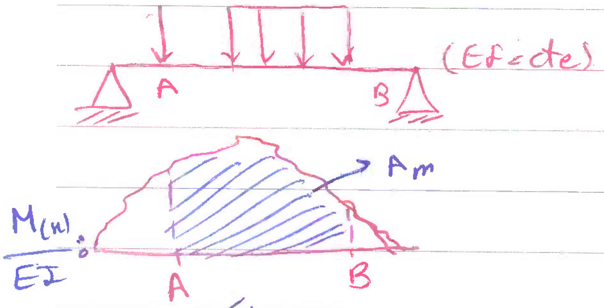
اختلاف شیب بین نقطه دلخواه A و B = سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ در تیر بین A و B

اگر خطوط ab و cd مماس بر منحنی تغییر شکل باشند زاویه بین آن دو برابر $\theta_{B/A}$ است.



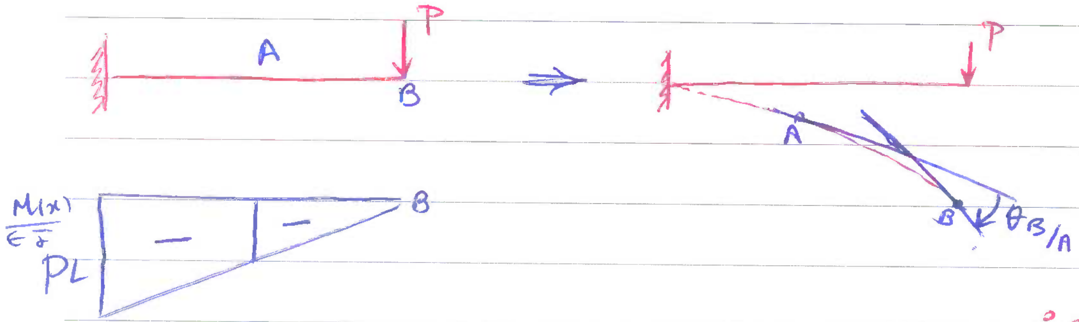
اختلاف شیب بین A و B → $\theta_{B/A}$

برای محاسبه $\theta_{B/A}$ ، سطح زیر $\frac{M}{EI}$ از A تا B را حساب می‌کنیم.



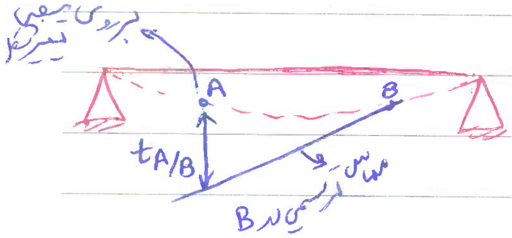
$$\boxed{\theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M(x)}{EI} = A_m}$$

* اگر جهت زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ مثبت باشد ← $\theta_{B/A}$ باید در جهت مثلثاتی دوران کند. یعنی مماس A باید در جهت مثلثاتی دوران کند تا به مماس B برسد.



قضیه دوم لنگر سطح:

فاصله نقطه A که روی منحنی تغییر شکل است تا مماس B را با $t_{A/B}$ نشان می‌دهیم. که $t_{A/B}$ برابر است با لنگر اول سطح زیر نمودار $\frac{M}{EI}$ بین نقاط A و B ، نسبت به نقطه A.



فاصله نقطه A از مماس

$t_{A/B}$: انحراف A از مماس در B

از آن نقطه مماس رسم می‌شود.

$$\boxed{t_{A/B} = \int_A^B \frac{M}{EI} \, x \, dx = A_m \times \bar{x}}$$

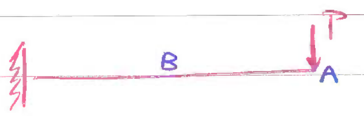
فاصله مرکز سطح A^m از نقطه A

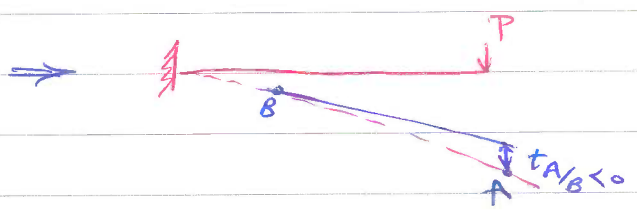
Subject:

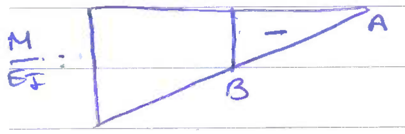
Date: . . No:

اگر $t_{A/B}>0$ ← نقطه A در بالای مماس ترسیمی B قرار دارد.

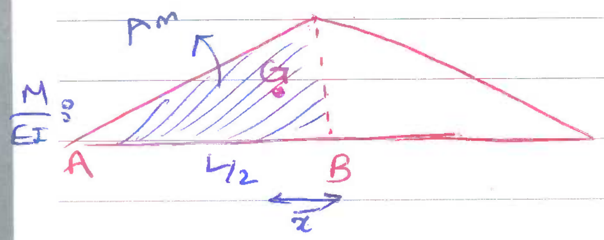
$t_{A/B}<0$ ← " " " زیر " " "







EXP تیر طره مقابل را در نظر بگیرید:
می‌خواهیم $t_{B/A}$ را بدست آوریم:



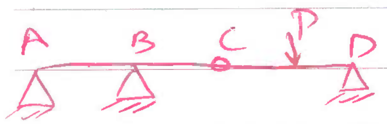
$$A_m = \frac{1}{2}\times\left(\frac{PL}{4EI}\times\frac{L}{2}\right) = \frac{PL^2}{16EI}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{3}\times\frac{L}{2} = \frac{L}{6}$$

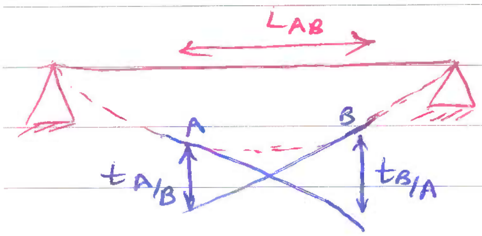
$$\Rightarrow t_{B/A} = A_m\times\bar{x} = \frac{PL^3}{96EI}$$

نکات مهم:

۱) استفاده از قضایای لنگر سطح فقط در نقاط پیوسته مجاز است.
مثلاً در شکل روبرو نمی‌توانیم $\theta_{D/B}$ را حساب کنیم.



۲) در حالت کلی $t_{A/B}$ و $t_{B/A}$ با هم برابر نمی‌باشند.



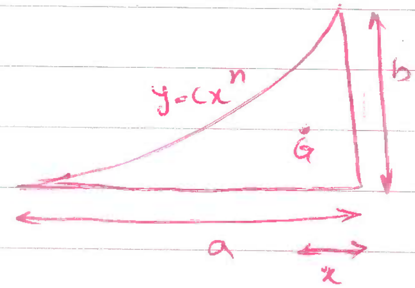
$$\boxed{t_{A/B} + t_{B/A} = A_m \times L_{AB}}$$

PUNIX NOTE BOOK

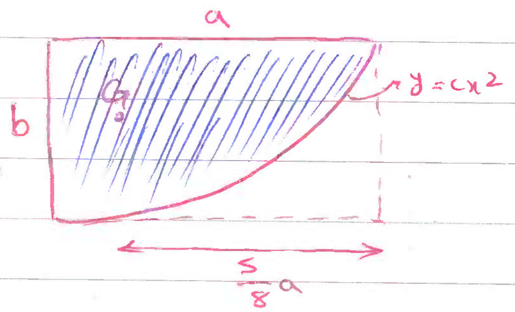
Subject:

Date: . . No:

بررسی A_m در اشکال خاص :



$$\begin{cases} A_m = \dfrac{ab}{n+1} \\ \bar{x} = \dfrac{a}{n+2} \end{cases}$$



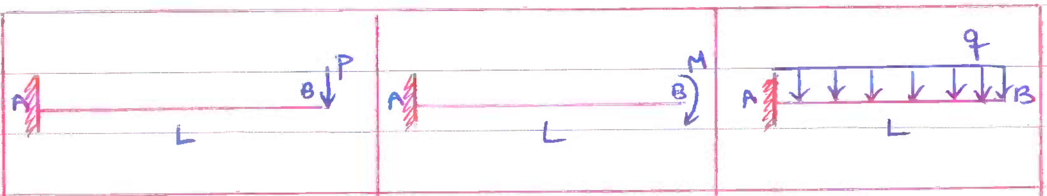
$$\begin{cases} A_m = \dfrac{2}{3}ab \\ \bar{x} = \dfrac{5}{8}a \end{cases}$$

اگر بار گسترده روی تیر یا قاب بدهند نمودار لنگر به صورت منحنی می شود و باید از این فرمول استفاده کرد

Subject: فصل نهم : کاربرد روابط معمول در محاسبه شیب و خیز :

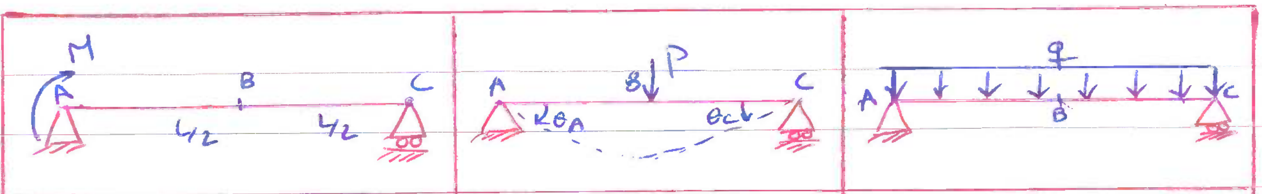
Date: . . No:

تیرهای کنسولی :



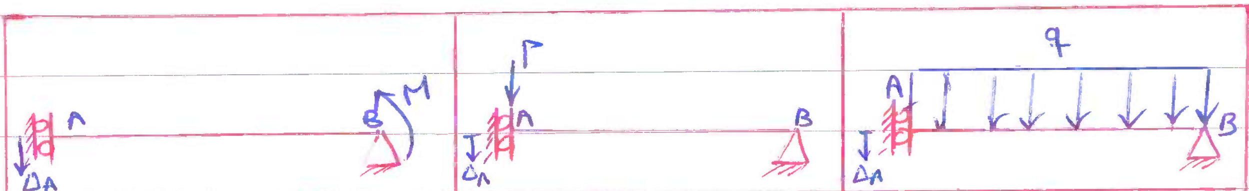
$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$, $\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$	$\theta_B = \frac{ML}{EI}$, $\Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}$	$\theta_B = \frac{qL^3}{6EI}$, $\Delta_B = \frac{qL^4}{8EI}$

تیرهای دو سر مفصل :



$\theta_A = \frac{ML}{3EI}$, $\theta_C = \frac{ML}{6EI}$ $\Delta_B = \frac{ML^2}{16EI}$	$\theta_A = \theta_C = \frac{PL^2}{16EI}$ $\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$	$\theta_A = \theta_C = \frac{qL^3}{24EI}$ $\Delta_B = \frac{5qL^4}{384EI}$

تیرهای یک سر مفصل ، یک سر لغزنده گیردار :



$\theta_B = \frac{ML}{EI}$, $\Delta_A = \frac{ML^2}{2EI}$	$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$, $\Delta_A = \frac{PL^3}{3EI}$	$\theta_B = \frac{qL^3}{3EI}$, $\Delta_A = \frac{5qL^4}{24EI}$

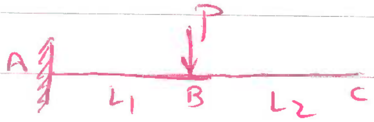
PCNIX Note Book

Subject:

Date: . . No:

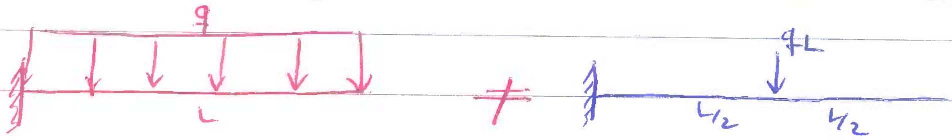
نکات کاربردی :

(1) برای محاسبه‌ی تیری که در وسط آن بارگذاری شده است، به صورت زیر عمل می‌کنیم :

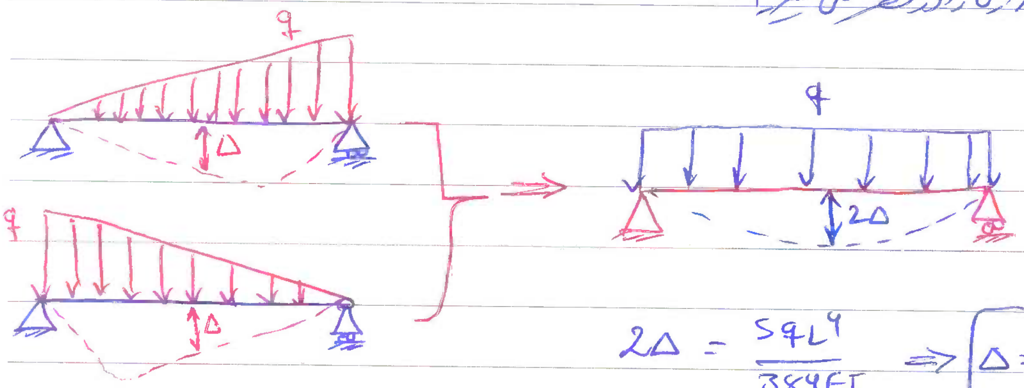


$$\Delta_C = \Delta_B + \theta_B \times L_2 = \frac{PL_1^3}{3EI} + \frac{PL_1^2}{2EI} \times L_2$$

(2) در یک قطعه کنسولی برای محاسبه‌ی خیز یا شیب یک نقطه دلخواه، نمی‌توان ترکیب بارگذاری را از شکل‌ها تا نقطه مورد نظر تغییر داد و یا آن را با بارگذاری معادل دیگری جایگزین کرد.

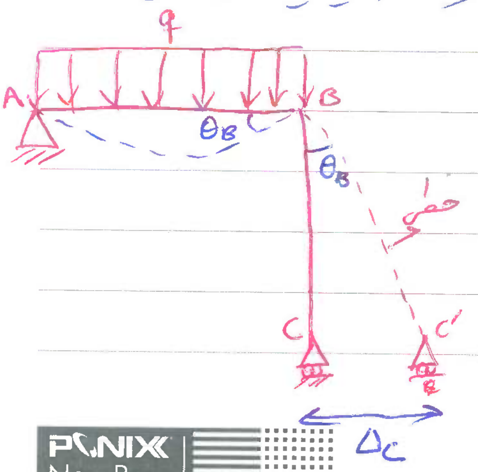


(3) برای محاسبه‌ی بارگذاری مثل شکل زیر، چون تغییر شکل ناشی از ترکیبی آن هم با خودش برابر است پس یک مستطیل بارگذاری را در نظر می‌گیریم :



$$2\Delta = \frac{5qL^4}{384EI} \Rightarrow \boxed{\Delta = \frac{5qL^4}{768EI}}$$

(4) بعضی مواقع قسمت‌های انعطاف‌پذیری که گردش در آن‌ها صفر است به یک تیر دو سر مفصل اضافه می‌شود. در این حالت برای محاسبه‌ی تغییر شکل داریم :



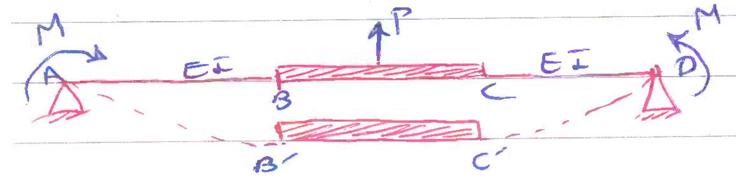
$$\Delta_C = \theta_B \times L \quad , \quad \theta_B = \frac{ql^3}{24EI}$$

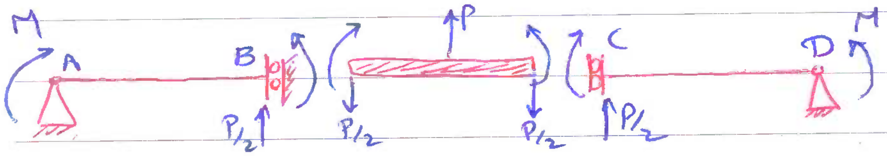
$$\Rightarrow \boxed{\Delta_C = \frac{qL^4}{24EI}}$$

Subject:

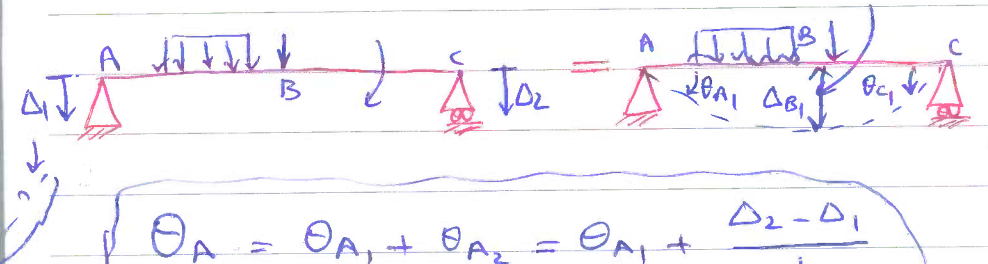
Date: No:

(5) اگر تیری مثل شکل زیر داشتیم، نقطه‌ای که عضو صلب موجود است، نقش تکیه‌گاه لغزنده را بازی می‌کند.

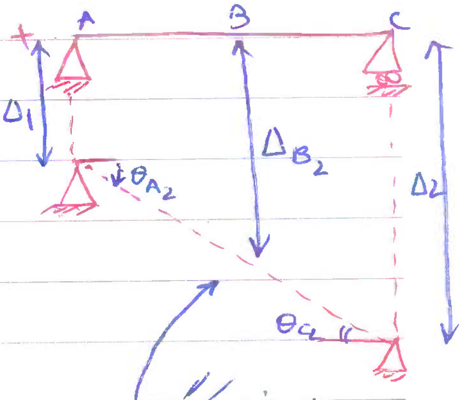




(6) در شکل زیر برای بدست آوردن تغییرمکان‌ها و شیب از روش زیر کمک می‌گیریم:



$$\boxed{\begin{aligned}\theta_A &= \theta_{A_1} + \theta_{A_2} = \theta_{A_1} + \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{L}\\ \Delta_B &= \Delta_{B_1} + \Delta_{B_2} = \Delta_{B_1} + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2}\end{aligned}}$$



ناشی از نشست تکیه‌گاه‌ها

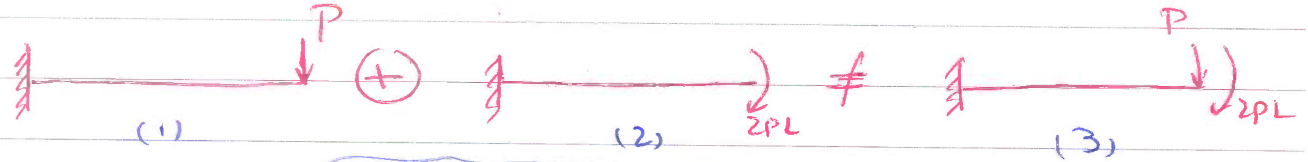
Mostafa Rahimi
Subject: فصل دهم : روش های انرژی و کاستیلیانو :
Date: . . No:

$$\boxed{U = \int_0^L \frac{M^2(x)}{2EI}dx + \int_0^L \frac{V^2(x)}{2GA_s}dx + \int_0^L \frac{N^2(x)}{2EA}dx + \int_0^L \frac{T^2(x)}{2GJ}dx + \sum \frac{F_s^2}{2K_\Delta} + \sum \frac{m^2}{2K_\theta}}$$

* برای محاسبه‌ی انرژی همانند روش ترسیمی هم‌ور را انجام میدهیم، با این تفاوت که وقتی مثلاً نمودار لنگر را پیدا کردیم با خودش روش ترسیمی هم‌ور را انجام میدهیم.

دقت: عدد 2 در مخرج فرمول های انرژی فراموش نشود *

Caution 3) استفاده از جمع آثار قوا برای محاسبه‌ی انرژی کرنشی سازه‌ها مجاز نمی‌باشد.



$$\boxed{U_1 + U_2 \neq U_3}$$

انرژی خرپاها :

چون نیروی محوری در طول خرپاها ثابت است، داریم :

$$\boxed{U = \sum \frac{F^2 L}{2AE} + \sum \frac{F_s^2}{2K_\Delta}}$$

نیروی محوری داخل اعضای خرپا

نیروی داخلی فنر انتقالی

راه حل توپ : در سازه هایی که به نوعی فرمول های معطی تغییر مکان و یا θ آن ها را میخواهیم، داریم :

انرژی کرنشی سازه تحت بار متمرکز : $\boxed{U = \frac{1}{2}P\Delta}$

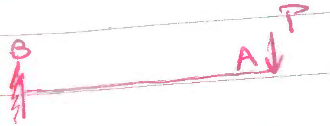
تغییر مکان در محل اثر نیرو در راستای P

انرژی کرنشی در سازه تحت لنگر متمرکز : $\boxed{U = \frac{1}{2}M\theta}$

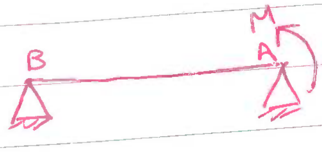
دوران در محل اثر لنگر

PANIX Note Book

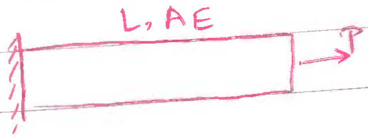
EXP



$$\Delta_A = \frac{PL^3}{3EI} \Rightarrow U = \tfrac{1}{2} P \Delta_A = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$



$$\theta_A = \frac{ML}{3EI} \Rightarrow U = \tfrac{1}{2} M \theta_A = \frac{M^2 L}{6EI}$$



$$\Delta_A = \Delta L = \frac{PL}{AE} \Rightarrow U = \tfrac{1}{2} P \Delta_A = \frac{P^2 L}{2AE}$$

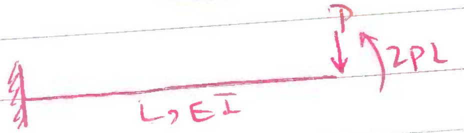
فرمول کلی تر

$$\boxed{U = \pm \sum_{i=1}^{m} \tfrac{1}{2} P_i \Delta_i \pm \sum_{i=1}^{n} \tfrac{1}{2} M_i \theta_i}$$

Δ_i ← تغییر مکان در راستای نیروی P_i (ناشی از نقطه اثر P_i)

θ_i ← دوران در جهت لنگر M_i (ناشی از تمام بارهای اعمال شده و نقطه M_i)

EXP



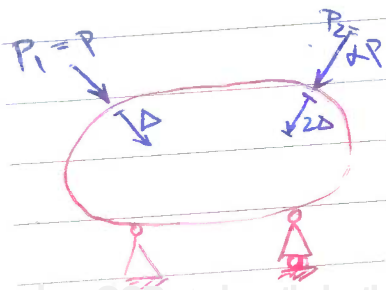
$$U = \pm \tfrac{1}{2} \times P \times \Delta_B \pm \tfrac{1}{2} \times 2PL \times \theta_B$$

$$\downarrow \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} - \frac{2PL \times L^2}{2EI} = -\frac{2PL^3}{3EI} \Rightarrow$$ به سمت بالا

$$\circlearrowleft \theta_B = -\frac{2PL \times L}{EI} + \frac{PL^2}{2EI} = -\frac{3PL^2}{2EI} \Rightarrow$$ (پادساعتگرد)

هم ناشی از P
و هم ناشی از M_i

$$\Rightarrow U = -\tfrac{1}{2} \times P \times \left(\frac{2PL^3}{3EI}\right) + \tfrac{1}{2} \times 2PL \times \left(\tfrac{3}{2}\frac{PL^2}{EI}\right) = \boxed{\frac{7P^2L^3}{6EI}}$$



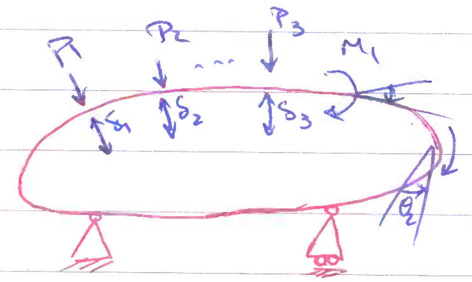
نکته تست: اگر سوال به همین شکل داده بود باید از زنجیری استفاده کرد.

$$U = f(P_1, P_2) \Rightarrow \boxed{\frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\partial U}{\partial P_1} \times \frac{\partial P_1}{\partial P} + \frac{\partial U}{\partial P_2} \times \frac{\partial P_2}{\partial P}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \Delta \times 1 + 2\Delta \times \alpha = \boxed{\Delta(1+2\alpha)}$$

Subject:

Date: . . No:



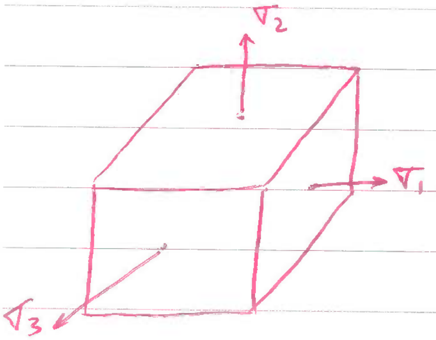
قضیه اول کاستیلیانو:

$$U = f(\delta_1, \delta_2, \dots, \theta_1, \theta_2)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial \delta_i} = P_i \\[2ex] \dfrac{\partial U}{\partial \theta_i} = M_i \end{cases}$$

قضیه دوم کاستیلیانو:

$$U = f(P_1, P_2, \dots, M_1, M_2, \dots) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial P_i} = \delta_i \\[2ex] \dfrac{\partial U}{\partial M_i} = \theta_i \end{cases}$$



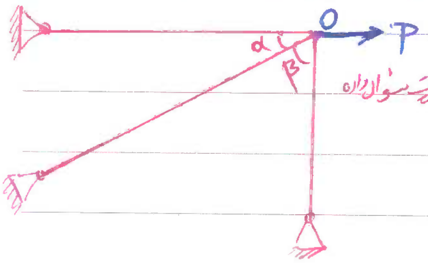
Caution:

$$U = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)$$

نکته: انرژی در یک عضو خمشی:

$$\boxed{U_{ij} = \frac{2EI}{L}(\theta_i^2 + \theta_i\theta_j + \theta_j^2)}$$

سوال مهم: در شکل زیر $\dfrac{\Delta_1}{\Delta_2} = ?$



صورت سوال داده $U = \dfrac{AE}{2L}(3\Delta_1^2 + 3\Delta_2^2 + 2\Delta_1\Delta_2)$

Δ_1: تغییر مکان افقی

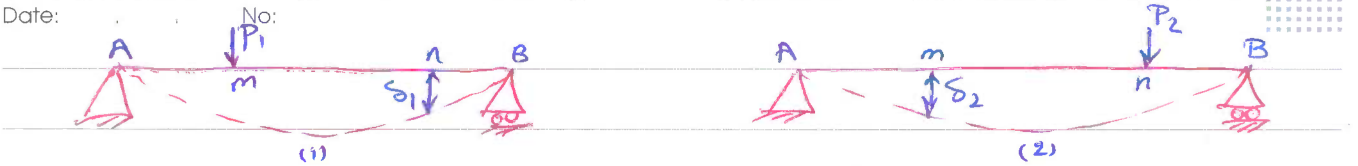
Δ_2: تغییر مکان قائم

حل) چون نیروی قائم در مفصل O نداریم پس:

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_2} = 0 \Rightarrow 6\Delta_2 + 2\Delta_1 = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = 3}$$

Subject: فصل یازدهم : قضیه بتی - ماکسول :

Date: No:



کار انجام شده توسط نیروهای حالت (2) تحت تغییرمکانهای حالت (1) = کار انجام شده توسط نیروهای حالت (1) تحت تغییرمکانهای حالت 2

$$P_1\delta_2 = P_2\delta_1$$

* اگر نیروها با جابجایی متناظر مختلف الجهت باشند، کار انجام شده، علامت منفی باید در روابط وارد شود.

نکته و اعمال مهم: در استفاده از روش ماکسول، EI هر قسمت از تیر دقت شود.

$\boxed{? = P}$ $\boxed{EXP}$

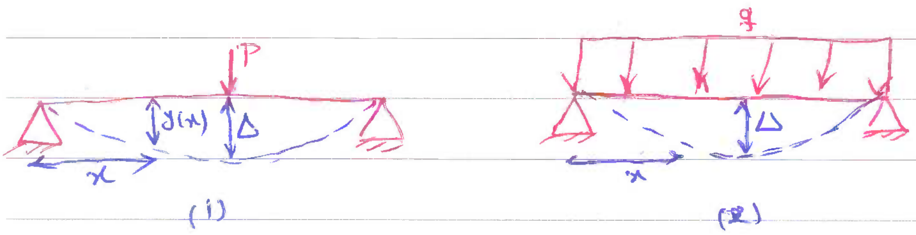
$$-M\times\theta_{A_2} = -P\times\Delta'_{D_1} \Rightarrow -10\times 0.05 = -P\times 0.03$$

مختلف جهت بودن M و θ_A در حالت 2

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{50}{3}\ \text{ton}}$$

مختلف الجهت بودن P و Δ_D در سازه 1

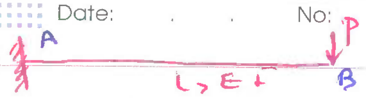
محاسبه سطح زیر منحنی تغییرشکل با استفاده از بتی ماکسول :



$\boxed{\text{مساحت زیر نمودار تیر (1)} = \dfrac{P\Delta}{q}}$

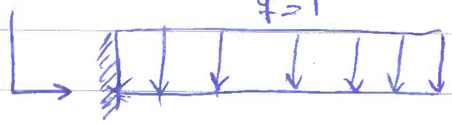
Subject:

Date: . . No:



EXP مساحت زیر نمودار = ؟

شرط q را ۱ در نظر می‌گیریم

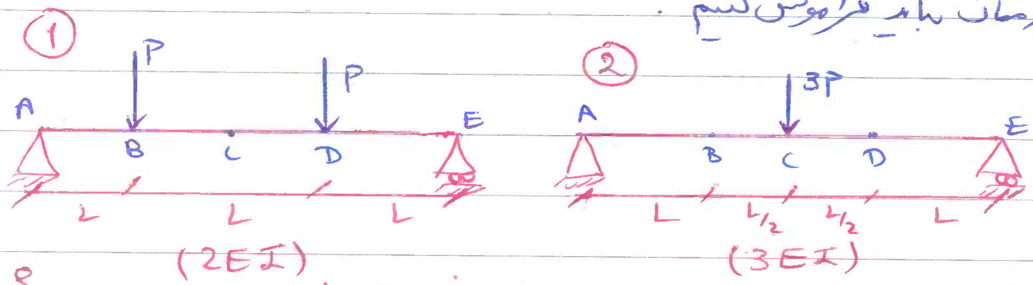


$$\Rightarrow \Delta_{B_2} = \frac{qL^4}{8EI} = \frac{L^4}{8EI}$$

$$\Rightarrow P \times \Delta_{B_2} = q \times S_{AB} \Rightarrow \boxed{S_{AB} = \frac{PL^4}{8EI}}$$

دقت: در سوال‌های بتی-ماکسول به بارهای مضاف بر بار مدنظر توجه شود. یعنی بارهای دیگر را از لحاظ تغییرمکان نباید فراموش کنیم.

EXP

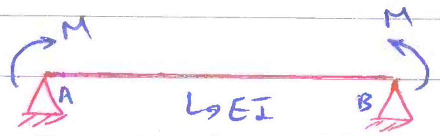


در شکل بالا اگر خیز در نقطه C در تیر (۱) برابر Δ باشد خیز نقطه B در تیر (۲) ؟

چون در D هم بار وارد می‌شود باید آن را هم در نظر بگیریم. تغییرمکان نقاط D و B باهم برابر است

$$P\times\Delta_B + P\times\Delta_D = 3P\times\frac{2}{3}\Delta \Rightarrow \boxed{\Delta_B = \Delta}$$

EXP سوال خوب: مساحت زیر منحنی ؟



$$q=1 \text{ ثابت} \rightarrow \theta_A = \theta_B = \frac{ql^3}{24EI} = \frac{L^3}{24EI}$$

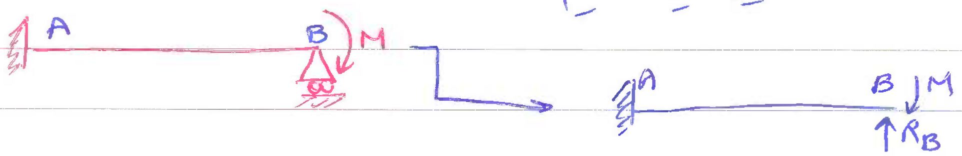
$$\Rightarrow \text{مساحت منحنی} = M\times\theta_A + M\times\theta_B = M\times\frac{l^3}{24EI} + M\times\frac{l^3}{24EI} = \boxed{\frac{Ml^3}{12EI}}$$

فصل دوازدهم: حل سازه‌های نامعین به روش نرمی:

Subject:

Date: . . No:

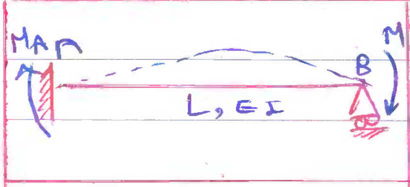
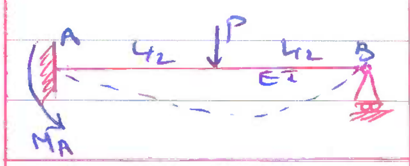
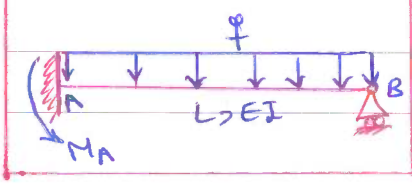
در روش نرمی یک معادله‌ی سازگاری نیز تعریف می‌کنیم:



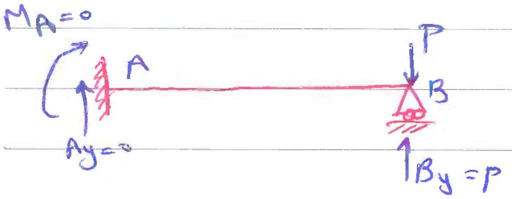
$\boxed{\text{معادله سازگاری } \Delta y_B = 0}$

$$\Rightarrow -\frac{R_B L^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI} = \Delta y_B = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = \frac{3}{2}\frac{M}{L}}$$

حفظ کنیم

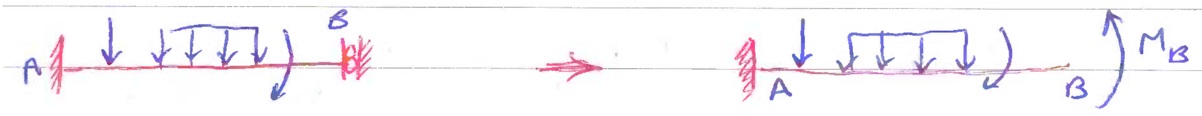
	$M_A = \frac{M}{2}$ (هم جهت با M) $R_B = \frac{3M}{2L}$, $\theta_B = \frac{ML}{4EI}$
	$M_A = \frac{3PL}{16}$ $R_B = \frac{5P}{16}$, $\theta_B = \frac{PL^2}{32EI}$
	$M_A = \frac{qL^2}{8}$ $R_B = \frac{3qL}{8}$, $\theta_B = \frac{qL^3}{48EI}$

* اگر نیروی P روی تکیه‌گاه اثر کند، برش و خمش در تمام طول تیر صفر است و هیچ تغییر شکلی نداریم.



نکات طراحی:

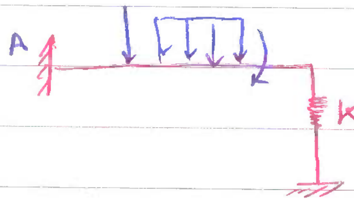
1) در تکیه‌گاه لغزنده گیردار، شیب تیر در نقطه B صفر است $(\theta_B = 0)$

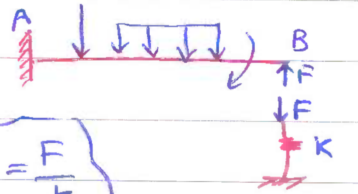


Subject:

Date: No:

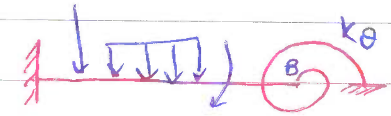
(2) وقتی فنر انتقالی داریم، این جوری فنر را آزاد می‌کنیم:

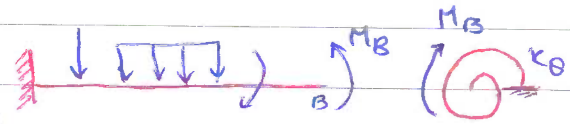




$$\boxed{\Delta_B = \Delta_{\text{فنر}} = \frac{F}{k}}$$

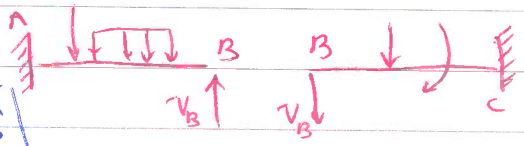
(3) در تیرهای کنسولی فنردار داریم:





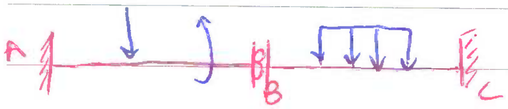
$$\boxed{\theta_B = \theta_{\text{فنر}} = \frac{M_B}{K_\theta}}$$

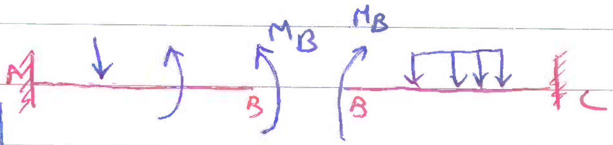
(4) وقتی مفصل خمشی را آزاد می‌کنیم، خیز سمت چپ و راست مفصل خمشی برابر است.



$$\boxed{\Delta_B^L = \Delta_B^R}$$

(5) وقتی مفصل برشی را آزاد می‌کنیم، شیب سمت چپ و راست مفصل برشی برابر است.



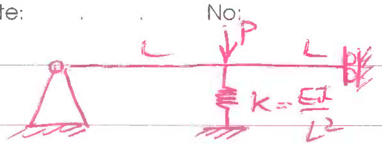


$$\boxed{\theta_B^L = \theta_B^R}$$

PONIX Note Book

Subject:

Date: No:



EXP) فرض کنید شکل نامعین روبرو را داریم، در این حالت نیروی فنر را می خواهیم.

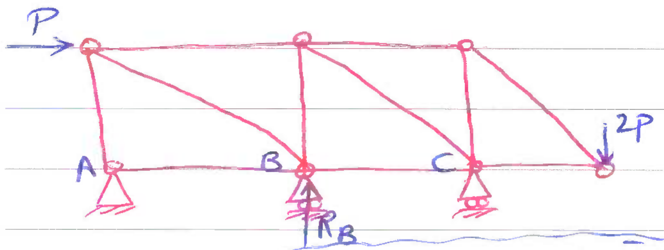
می دانیم که: $\boxed{\Delta_{\text{فنر}} = \Delta_B}$

پس فنر را برمی داریم و جای آن F قرار می دهیم و سپس با استفاده از کار مجازی، تغییر شکل نقطه B را برحسب P و F بدست می آوریم و در آخر برابر Δ فنر می گذاریم.

تحلیل خرپاهای نامعین با استفاده از کار مجازی:

الف) نامعینی خارجی:

به جای تکیه گاه B، R_B را می گذاریم.



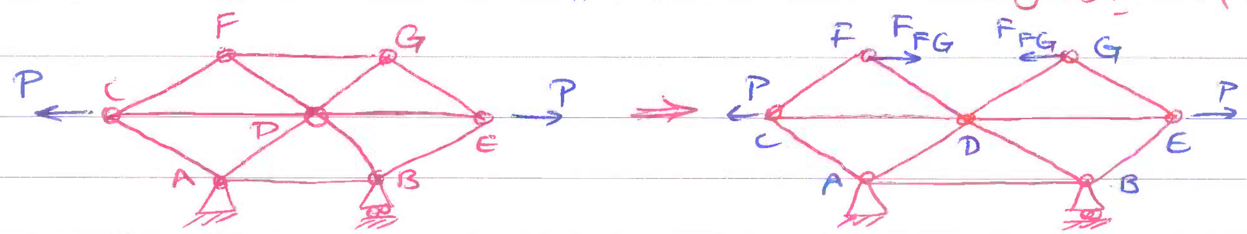
با استفاده از کار مجازی، Δ_B را بدست می آوریم و برابر صفر می گذاریم:

$$\boxed{0 = \Delta_{By} = \sum \frac{F_1 \bar{F} L}{AE} + \sum \frac{F_2 \bar{F} L}{AE}}$$

سازه فقط شامل R_B

سازه شامل 2P و P

ب) نامعینی داخلی:



برای حل این گونه خرپاها، نیروی یکی از میله های آن را به عنوان قید اضافی در نظر گرفته و آن عضو را از خرپا حذف می کنیم. در ادامه نیروی این عضو را روی خرپا به صورت مجهول در نظر گرفته و معادله سازگاری را به صورت زیر می نویسیم:

$$\boxed{\Delta_{F/G} = \Delta L_{FG} = \frac{F_{FG} L}{AE}}$$

نیروی ناشی از بار مجازی

$\frac{F_{FG}}{AE}$

$$\boxed{\Delta_{F/G} = \sum \frac{F_1 \bar{F} L}{AE} + \sum \frac{F_2 \bar{F} L}{AE}}$$

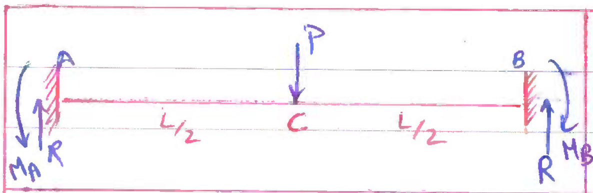
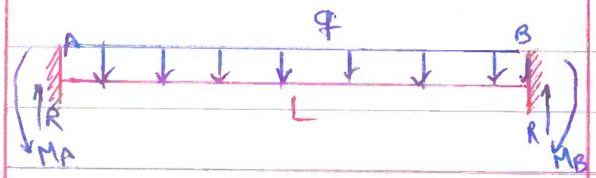
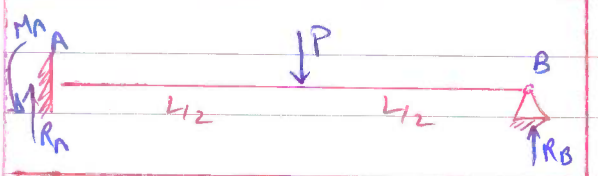
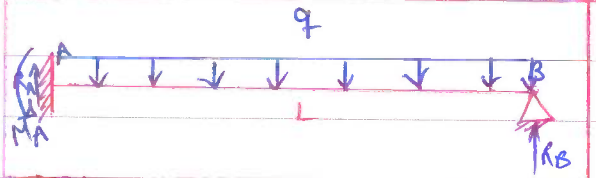
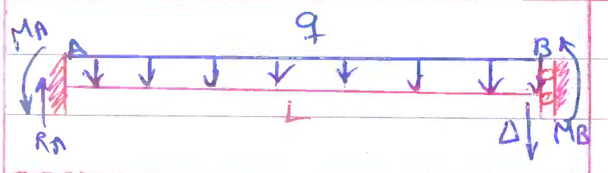
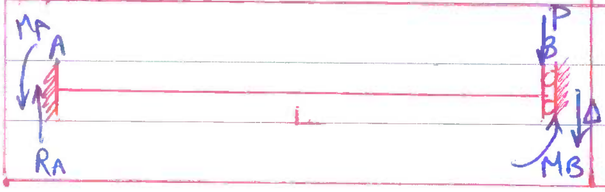
نیروی که توسط نقطه بار P ایجاد می شود

نیروی که توسط نقطه بار FG ایجاد می شود

Subject:

Date: . . No:

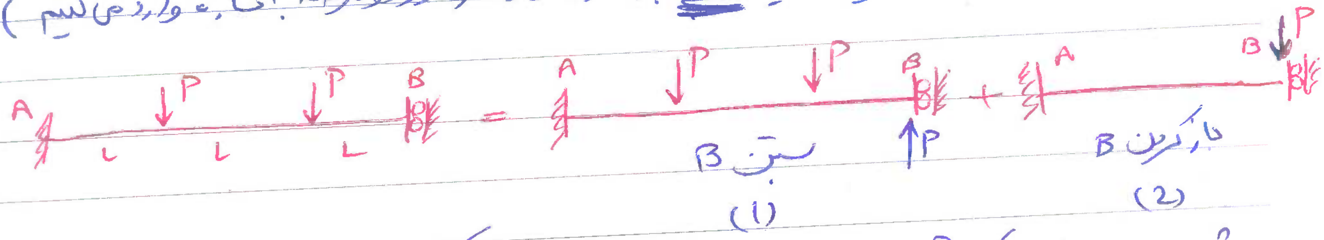
استفاده از روابط مقطعی درحل سازه‌های نامعین :

	$R = P/2$, $M_A = M_B = \frac{Pl}{8}$ $M_C = \frac{Pl}{8}$, $\Delta = \frac{PL^3}{192EI}$
	$R = \frac{qL}{2}$, $M_A = M_B = \frac{qL^2}{12}$ $M_C = \frac{qL^2}{24}$, $\Delta = \frac{ql^4}{384EI}$
	$M_A = M/2$, $R = \frac{3M}{2L}$ $\theta = \frac{ML}{4EI}$
	$M_A = \frac{3PL}{16}$, $\theta = \frac{PL^2}{32EI}$ $R_A = \frac{11P}{16}$, $R_B = \frac{5P}{16}$
	$M_A = \frac{qL^2}{8}$, $\theta = \frac{qL^3}{48EI}$ $R_A = \frac{5qL}{8}$, $R_B = \frac{3qL}{8}$
	$M_A = \frac{qL^2}{3}$, $M_B = \frac{qL^2}{6}$ $\Delta = \frac{qL^4}{24EI}$, $R = qL$
	$M_B = \frac{PL}{2}$, $M_A = \frac{PL}{2}$, $\Delta = \frac{PL^3}{12EI}$ $\Delta_{\text{وسط}} = \frac{1}{2}\Delta$, $R = P$

No:

نکات / [illegible] ۲

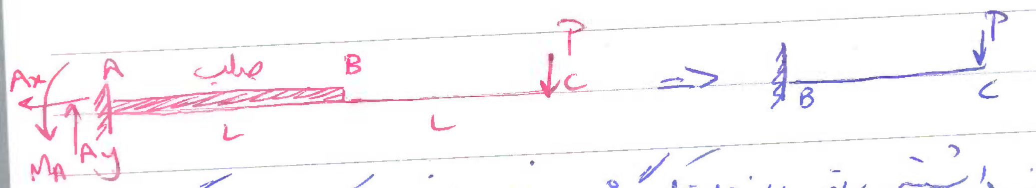
① وقتی تکیه‌گاه لغزنده گیردار در تیر نامعین داریم، می‌توانیم برای محاسبه‌ی تغییر شکل آن، از شیوه‌ی باز و بسته کردن استفاده کنیم. (یعنی نصف بارگذاری وارده را در دو مرحله به سازه وارد می‌کنیم)



مشاهده می‌شود که وقتی P را به پایین تیر (1) وارد می‌کنیم مانند تیر دوسر گیردار می‌شود داریم:

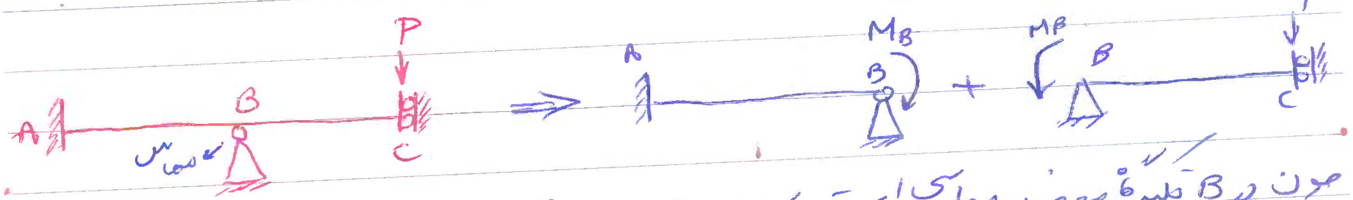
$$\Delta_B = \Delta_{B_1} + \Delta_{B_2} = 0 + \frac{P(3L)^3}{12EI} = \frac{9PL^3}{4EI}$$

② در برخی سازه‌ها اعضا صلبی وجود دارند که به صورت مستقیم به کمک اتصالات مناسب به زمین متصل شده و کاملاً مهار شده‌اند. در این گونه سازه‌ها، می‌توان این اعضا صلب را مانند زمین فرض کرده و آن‌ها را از سازه حذف کرد.



$$\Rightarrow \Delta_C = \frac{PL^3}{3EI}$$

③ اگر تیر دو دهانه نامعین داشتیم، تیر را از محل تکیه‌گاه مفصلی میانی جدا کرده و دو لنگر در دو طرف آن تکیه‌گاه قرار می‌دهیم و دو تیر به وجود آمده را تحلیل می‌کنیم و لنگر داخلی در محل تکیه‌گاه را به دست می‌آوریم.



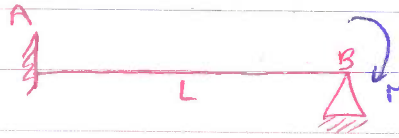
چون در B تکیه‌گاه مفصلی میانی است پس $\theta_{B_L} = \theta_{B_R}$

$$\Rightarrow \theta_{B_L} = \theta_{B_R} \Rightarrow \frac{M_B L}{4EI} = \frac{PL^2}{2EI} - \frac{M_B L}{EI} \Rightarrow \boxed{M_B = \frac{2PL}{5}}$$

Subject: Mostafa Rahimi

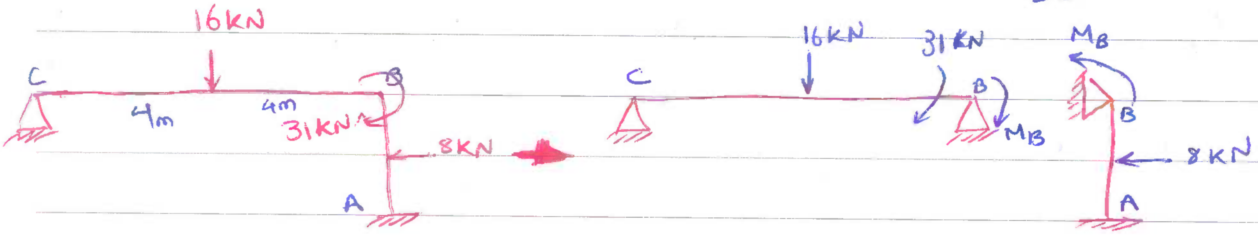
Date: No:

حال وقتی لنگر داخلی M_B بدست آمد می‌توانیم تمامی عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را بدست آوریم



$$M_B = \frac{2PL}{5} \Rightarrow \theta_B = \frac{\frac{2PL}{5}\times L}{4EI} = \frac{PL^2}{10EI} , \quad M_A = \frac{PL}{5}$$

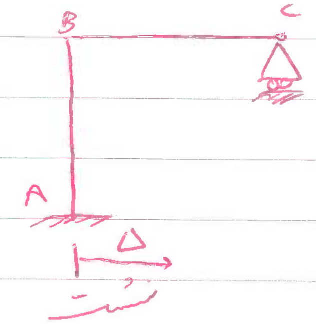
4) در تحلیل قاب‌های نامعین، متشکل از دو عضو با یک اتصال فاقد جابه‌جایی، قاب را از محل اتصال دو عضو جدا کرده و با توجه به عدم جابه‌جایی در محل اتصال دو عضو، برای هر یک از قطعات جدا شده در نقطه اتصال یک تکیه‌گاه مفصلی در نظر می‌گیریم و در نهایت یک معادله سازگاری بین نقطه جدا شده می‌نویسیم.



$$\theta_{BC} = \theta_{BA} \Rightarrow \frac{(31+M_B)\times 8}{3EI} - \frac{16\times 8^2}{16EI} = \frac{8\times 4^2}{32EI} - \frac{M_B\times 4}{4EI} \Rightarrow \boxed{M_B = -4\,kN.m}$$

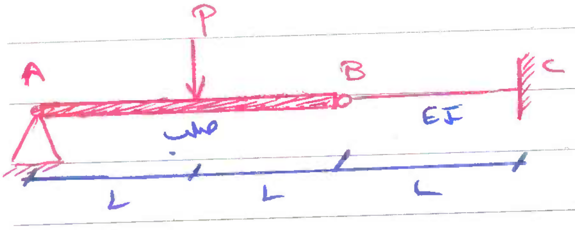
$$\Rightarrow M_A = M_1 + M_2 = \underbrace{2}_{\text{ناشی از فوق لنگر } M_B} + \underbrace{\frac{3PL}{16}}_{\text{ناشی از بار 8 کیلونیوتن}} = 2 + \frac{3\times 8\times 4}{16} = \boxed{6\,kN.m}$$

5) اگر در راستای یک قید معین از یک سازه نامعین نشست ایجاد شود، در هیچ یک از قسمت‌های سازه نیروی داخلی ایجاد نمی‌شود اما اگر در راستای قیدهای نامعین یک سازه نشست ایجاد شود، تنها در اعضا نامعین سازه نیروی داخلی ایجاد می‌شود.



تمام عکس‌العمل‌های قائم و افقی سازه صفر است، نشست در راستای قید معین A_x است

نکته: وقتی اختلاف شیب طرفین مفصل خمشی را خواستیم حساب کنیم باید دقت کرد که یک شیب را با مثبت در معادله قرار داد و یک شیب را منفی قرار داد. یعنی در نهایت اختلاف شیب طرفین مفصل خمشی برابر است با مجموع شیب های دو طرف !!



$V_B = \frac{P}{2}$

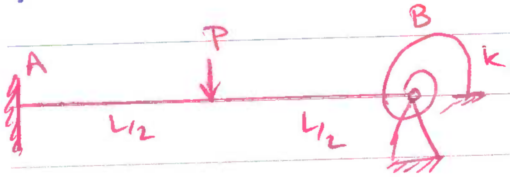
$\theta_B^R = -\frac{\frac{P}{2}L^2}{2EI} = -\frac{PL^2}{4EI}$

$\Delta_B = \frac{\frac{P}{2}\times L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{6EI}$

$\Rightarrow \theta_B^L = \frac{\Delta_B}{2L} = \frac{PL^2}{12EI}$ ، چرخش مفصل $= |\theta_B^L - \theta_B^R| = \frac{PL^2}{12EI} - \left(-\frac{PL^2}{4EI}\right)$

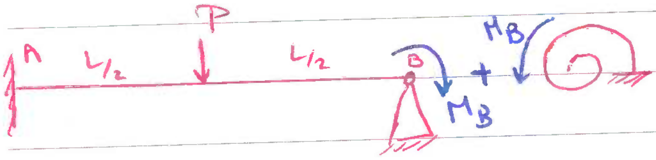
$\Rightarrow |\theta_B^L - \theta_B^R| = \frac{PL^2}{12EI} + \frac{PL^2}{4EI} = \boxed{\frac{PL^2}{3EI}}$

نکته مهم: وقتی در یک تیر نامعین فنر پیچشی داشتیم و لنگر فنر را از ما خواستند، لنگری فنر را به صورت زیر فرض می کنیم:



$k_\theta = \frac{2EI}{L}$

$\theta_B = \theta_{\text{فنر}}$



$$\begin{cases} \theta_B = \frac{-PL^2}{32EI} + \frac{M_B L}{4EI} \\ \theta_{\text{فنر}} = -\frac{M_B}{k_\theta} = -\frac{M_B}{\frac{2EI}{L}} \end{cases}$$

$\Rightarrow \boxed{M_B = \frac{PL}{24}}$

تاریخ / /
موضوع ....

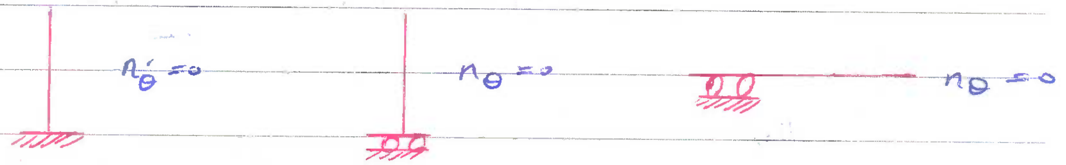
فصل سیزدهم : شیب افت :

درجه آزادی سازه :

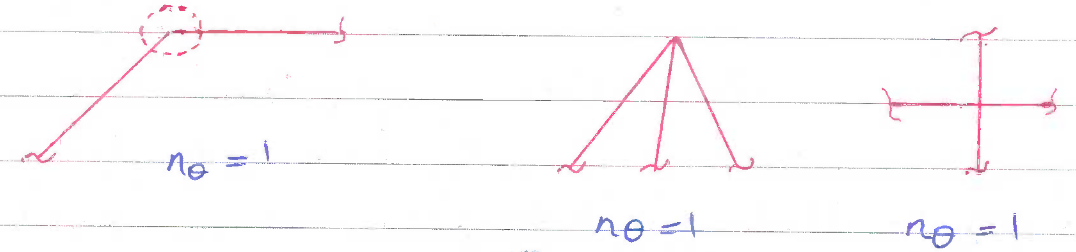
مجموع درجه آزادی دورانی و انتقالی

درجه آزادی دورانی در یک سازه (n_θ) :

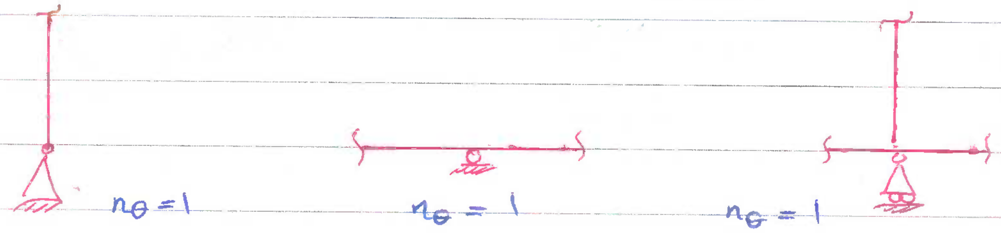
① درمحل اتصالات زیر دوران صفر است ⟵ $n_\theta = 0$ درجه آزادی دورانی



② درمحل اتصال پیوسته دو یا چند عضو یک درجه آزادی دورانی وجود دارد .

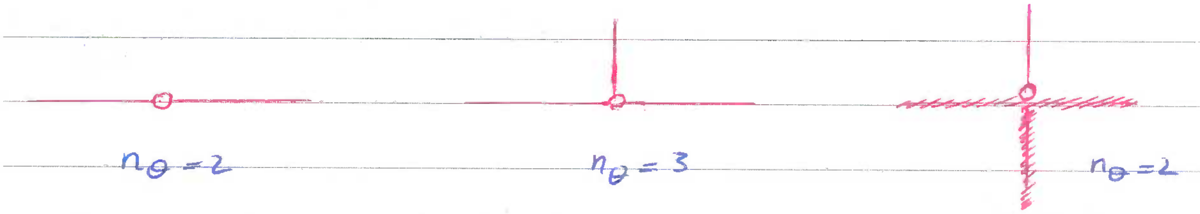


③ درمحل اتصال یک عضو پیوسته به تکیه‌گاه مفصلی یا غلطکی ⟵ یک درجه آزادی دورانی



تاریخ / /
موضوع ....

④ در اتصال مفصلی اعضا ← به تعداد اعضا متصل به مفصل درجه آزادی دورانی داریم



⑤ در اتصال مفصل برشی ← یک درجه آزادی دورانی

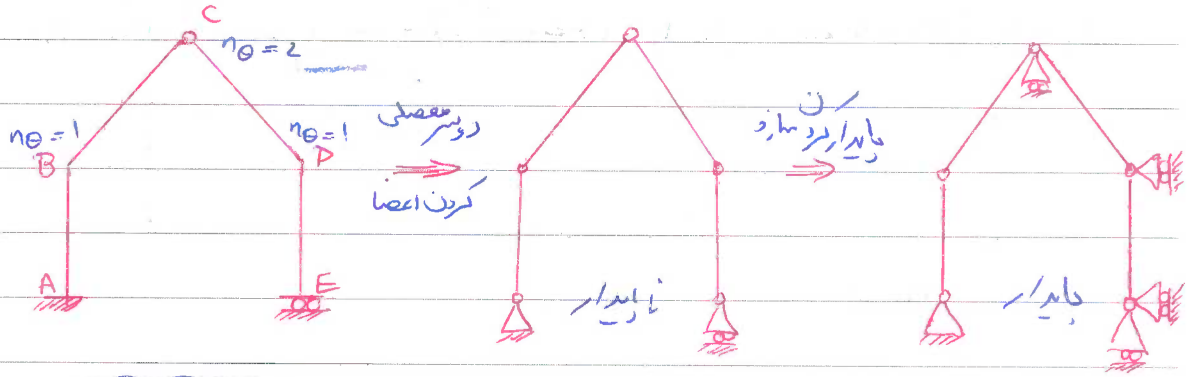
⑥ فنرهای دورانی و انتقالی هیچ نقشی در درجه آزادی ندارند ← از سازه حذفشون می‌کنیم

درجه آزادی انتقالی یک سازه (n_Δ) :

① کلیه اعضا را دو مفصلی می‌کنیم ← سازه خرپا می‌شود

② اگر سازه پایدار بود ← $n_\Delta = 0$

اگر ناپایدار بود ← به تعداد حداقل میله که بتونیم سازه را پایدار کنیم n_Δ گویند.

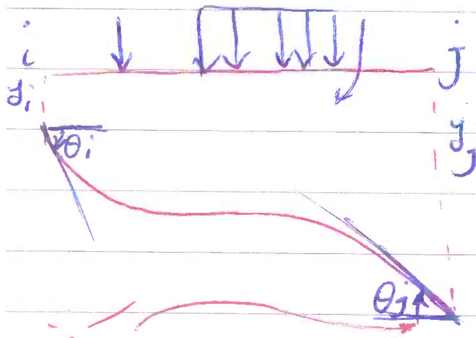


پس → $\boxed{n_\theta = 4 \quad n_\Delta = 3}$

M-Doka

ادامه فصل سیزدهم : روش شیب افت :

Subject:
Date: No:



$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\psi_{ij}) + FEM_{ij}$$

$$M_{ji} = \frac{2EI}{L}(2\theta_j + \theta_i - 3\psi_{ji}) + FEM_{ji}$$

M_{ij} و M_{ji} ← درجهت ساعتگرد مثبت

(۱) θ_i و θ_j ← درجهت ساعتگرد (+)
« « پادساعتگرد (−)

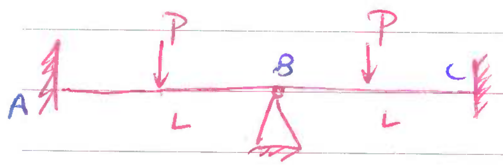
از محور افقی جهت θ را رسم می کنیم ←

(2) ψ چرخش محور اصلی عضو است ← ساعتگرد (+)
پاد (−)

$$\boxed{\psi_{ij} = \psi_{ji} = \psi = \frac{y_j - y_i}{L}}$$

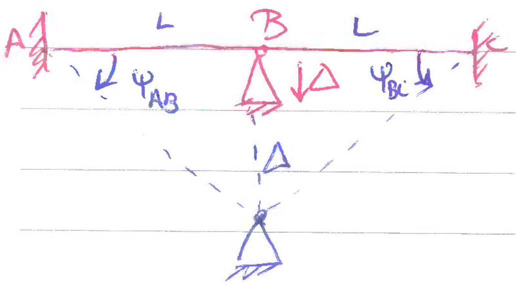
اگر تکیه گاه مفصلی نداشته باشیم و ψ روی تکیه گاه را خواستیم برابر صفر می گیریم

مگر اینکه روی تکیه گاه نشست داشته باشیم :



$\psi_{AB} = \psi_{BC} = 0$

اگر نشست داشتیم:

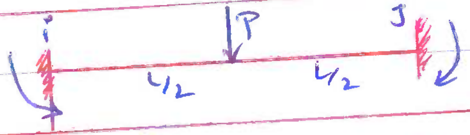
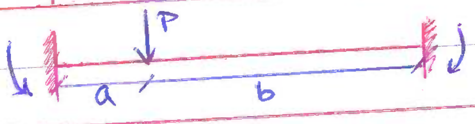
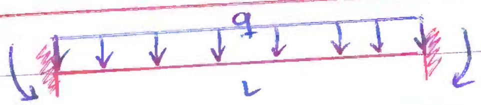
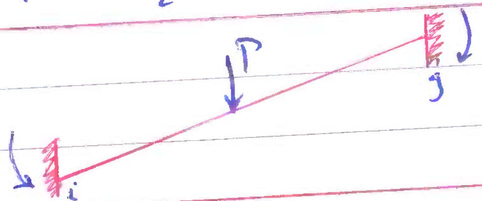
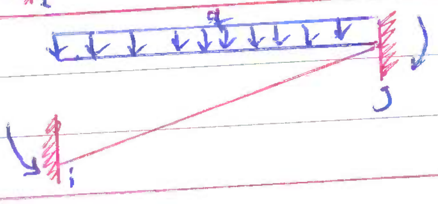


$\psi_{AB} = +\frac{\Delta}{L}$ (ساعتگرد)

$\psi_{BC} = -\frac{\Delta}{L}$ (پادساعتگرد)

No:

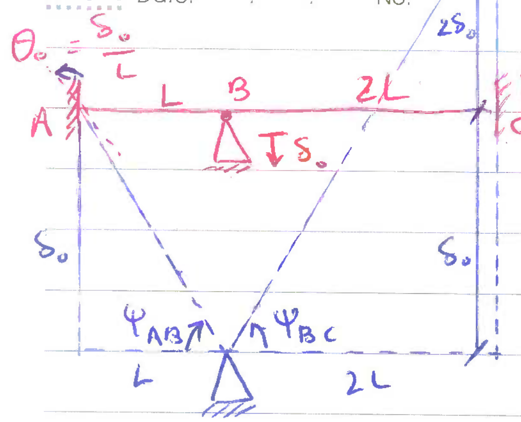
جلسه FEM : (گیرداری) :

تیپ حالت بارگذاری	FEM_{ij}	FEM_{ji}
	$-\frac{PL}{8}$	$+\frac{PL}{8}$
	$-\frac{Pab}{L}\times\frac{b}{L}$	$+\frac{Pab}{L}\times\frac{a}{L}$
	$-\frac{qL^2}{12}$	$+\frac{qL^2}{12}$
	$-\frac{qL^2}{20}$	$+\frac{qL^2}{30}$
جهت → 	$+\frac{M}{4}$	$+\frac{M}{4}$
	$-\frac{PL}{8}$	$+\frac{PL}{8}$
	$-\frac{qL^2}{12}$	$+\frac{qL^2}{12}$
	پادساعتگرد	ساعتگرد

دقت : سمت چپی ها همه منفی اند به جز یکی

سمت راستی ها همه مثبت اند.

Subject:
Date: No:



EXP

$$\psi_{AB} = +\frac{\delta_0}{L} \quad (\text{ساعتگرد})$$

$$\psi_{BC} = \frac{-3\delta_0}{2L} \quad (\text{پادساعتگرد})$$

مجهول $\longrightarrow \theta_B = ?$

چون بار نداریم !!

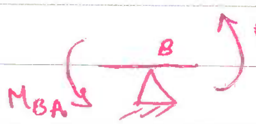
$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{BA}\right) + \cancel{FEM}^{\,0} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_B + \left(-\frac{\delta_0}{L}\right) - 3\frac{\delta_0}{L}\right)$$

$$\Rightarrow M_{BA} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_B - \frac{4\delta_0}{L}\right)$$

بار ندارم　　　　گیردار

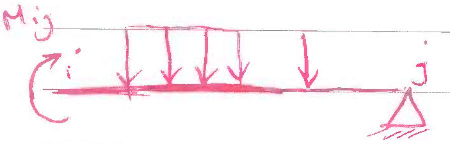
$$M_{BC} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_B + \cancel{\theta_C}^{\,0} - 3\psi_{BC}\right) + \cancel{FEM}^{\,0} = \frac{2EI}{2L}\left(2\theta_B - 3\times\left(\frac{-3}{2}\frac{\delta_0}{L}\right)\right)$$

$$\Rightarrow M_{BC} = \frac{2EI}{2L}\left(2\theta_B + \frac{9\delta_0}{2L}\right)$$

تعادل لنگر در نقطه B $\Rightarrow$  $\Rightarrow \quad M_{BC} + M_{BA} = 0 \xrightarrow{\text{جاگذاری}} \theta_B = \dots$

روابط اصلاح شده شیب افت

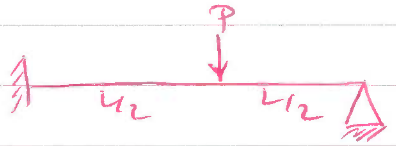
1) اگر در یک انتهای عضو مفصل خمشی داشته باشیم داریم:



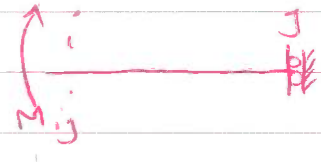
$$\boxed{\begin{aligned} M_{ij} &= \frac{3EI}{L}\left(\theta_i - \psi_{ij}\right) + FEM'_{ij} \\ FEM'_{ij} &= FEM_{ij} - \tfrac{1}{2}FEM_{ji} \end{aligned}}$$

Subject:

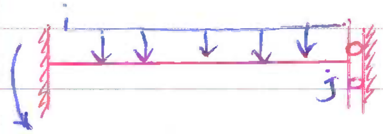
Date: . . No:

Exp  $\longrightarrow FEM = -\frac{Pl}{8} - \frac{1}{2} \times \frac{Pl}{8} = \boxed{-\frac{3PL}{16}}$

② اگر یک انتهای عضو مفصل برشی یا لغزنده گیردار داشته باشیم:

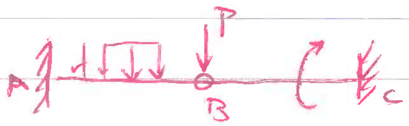


$$\boxed{M_{ij} = \frac{EI}{L}(\theta_i - \theta_j) + FEM''_{ij}}$$

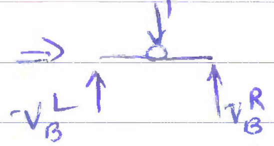
تیر	FEM''_{ij}
	$-\frac{qL^2}{3}$
	$-\frac{PL}{2}$

نکات جالب:

① در سازه‌های دارای درجه‌ی آزادی انتقال، برای تحلیل نیاز به معادله‌ی جدید در محل آزادی انتقالی را باید بدست آوریم. بدین منظور، به ازای هر درجه‌ی آزادی انتقالی، نیاز به یک معادله‌ی تعادل جدید داریم. در چنین حالاتی از معادله‌ی برش در محل درجه‌ی آزادی انتقالی سازه استفاده می‌کنیم.



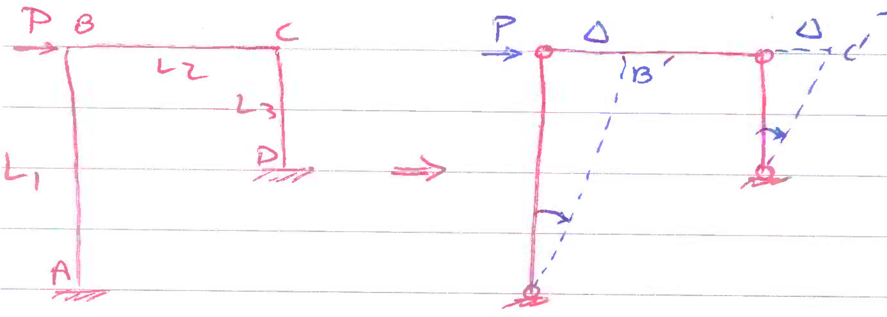
درجه آزادی انتقال $\longrightarrow \Delta_B$

$\Rightarrow$  $\Rightarrow \boxed{V_B^L + P = V_B^R}$

Subject:

Date: No:

۲) برای بدست آوردن ψ در اعضای یک قاب دارای درجه آزادی انتقالی، از حل هندسی سازه استفاده می‌کنیم. تمام گره‌های سازه را به مفصل تبدیل کرده و با اعمال یک تغییر مکان فرضی Δ در یک گره، جابجایی سایر نقاط سازه را بدست می‌آوریم.

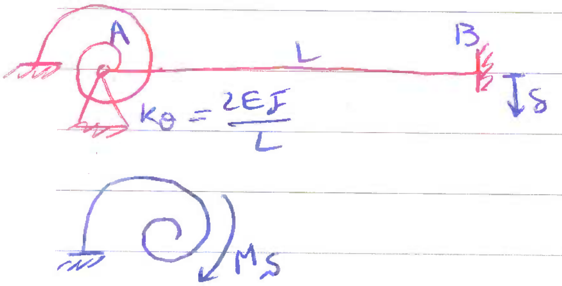


$\psi_{AB} = +\frac{\Delta}{L_1}$ (ساعتگرد)

$\psi_{BC} = 0$

$\psi_{CD} = +\frac{\Delta}{L_3}$ (ساعتگرد)

۳) در صورت وجود فنرهای پیچشی و یا انتقالی در سازه به منظور استفاده از روش شیب افت در محل قرارگیری این فنرها، شیب یا فنر در سازه با لنگر و یا نیروی فنر مرتبط می‌شود.



$M_{AB} = -M_s$

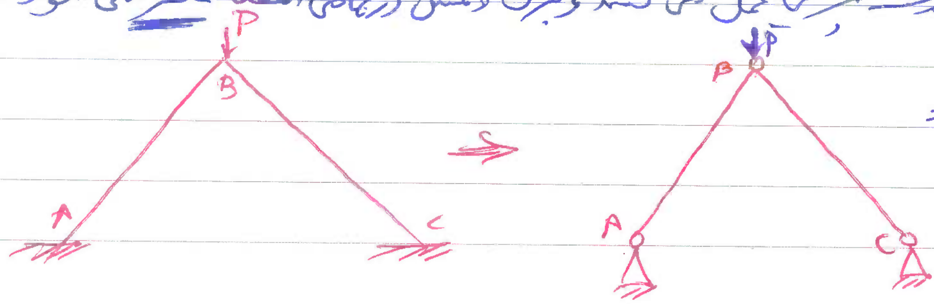
$\theta_A = \theta_{\text{فنر}} = +\frac{M_s}{k_\theta} = \frac{M_s L}{2EI}$

$\theta_B = 0$

$\psi_{AB} = \frac{\delta}{L}$

$$\Rightarrow M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left(\frac{M_s L}{EI} - \frac{3\delta}{L}\right) = -M_s \Rightarrow \boxed{M_s = \frac{2EI\delta}{L^2}}$$

۴) در سازه‌ای که درجه آزادی انتقالی صفر باشد و سازه تنها تحت اثر نیروی متمرکز در گره قرار گرفته باشد، در این حالت اعضا به صورت خرپایی عمل می‌کنند و برش و خمش در تمامی اعضا صفر می‌شود و فقط نیروی محوری داریم



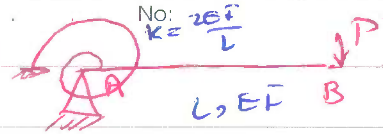
$\Rightarrow F_{AB} = F_{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} P$

$\boxed{M_A = M_C = 0}$

Subject: فصل چهاردهم : مدلسازی با فنر :

Date: No:

EXP

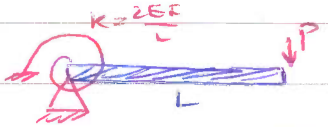


می‌توانیم سازه را با فنر مدل کنیم :

$\Rightarrow$ $K \to \infty$

$\Rightarrow \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$

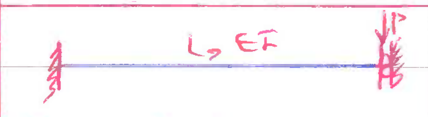
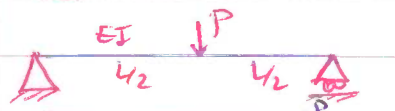
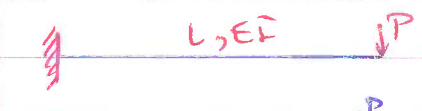
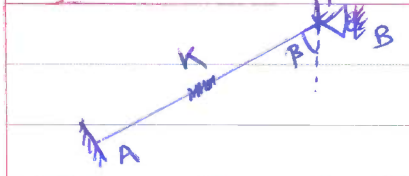
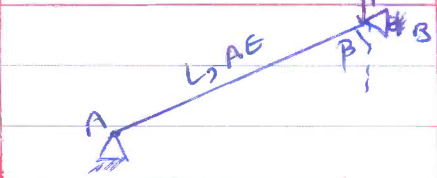
$EI \to \infty$



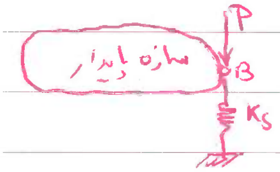
$\Rightarrow \Delta_B = \frac{PL}{\frac{2EI}{L}} \times L$

$\Rightarrow \boxed{\Delta_B = \frac{5}{6}\frac{PL^3}{EI}}$

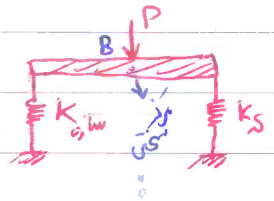
$\boxed{K_\Delta = \frac{6EI}{5L^3}}$ = سختی فنر معادل

	$\Delta_B = \frac{PL^3}{192EI}$		$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$
	$\theta_A = \frac{ML}{4EI}$		$K = \frac{12EI}{L^3}$
	$\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$		$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$
	$\Delta_{By} = \frac{P}{KC^2\beta}$		$\Delta_{By} = \frac{PL}{AEC^2\beta}$

مدلسازی با فنرهای انتقالی :



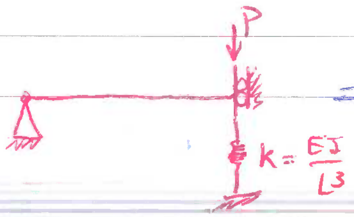
$\Longrightarrow$



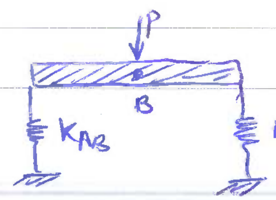
① در این حالت سازه و فنر با هم حالت موازی پیدا می‌کنند.

$$\boxed{\Delta_B = \frac{P}{K_{سازه} + K_S}}$$

EXP



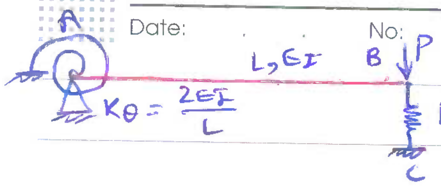
$\Longrightarrow$



$$\Delta_B = \frac{P}{\frac{3EI}{L^3} + \frac{EI}{L^3}} = \frac{PL^3}{4EI}$$

Subject:

Date: No:

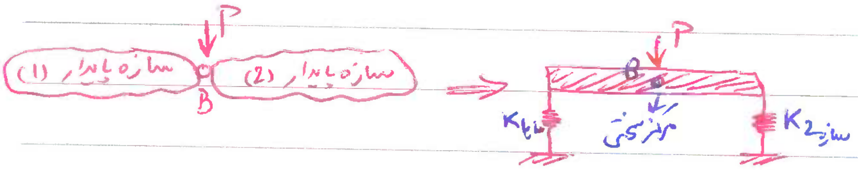


$K_\theta = \frac{2EI}{L}$ $K_s = \frac{EI}{SL^3}$

مثال مهم :

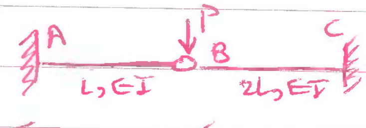
$$F_{BC} = P \times \frac{K_{BC}}{\Sigma K} = P \times \frac{K_S}{K_S + K_{AB}} = \boxed{P \times \frac{\frac{EI}{SL^3}}{\frac{EI}{SL^3} + \frac{6EI}{SL^3}}}$$

در صفحه قبل بالای صفحه حل شد !!



(2) در این حالت نیز دو سازه با هم حالت موازی پیدا می‌کنند. و نیرو به هر سازه به نسبت سختی تقسیم می‌شود

EXP

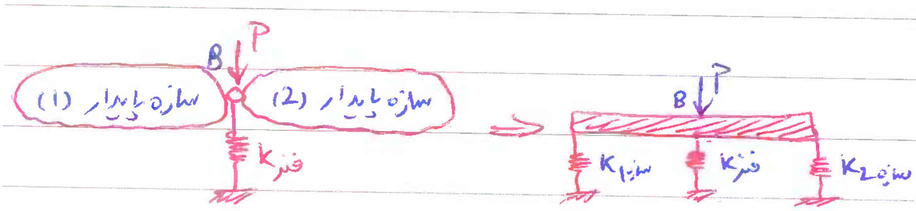


$$\Delta_B = \frac{P}{K_{AB} + K_{BC}} = \frac{P}{\frac{3EI}{L^3} + \frac{3EI}{(2L)^3}} = \boxed{\frac{8}{27} \frac{PL^3}{EI}}$$

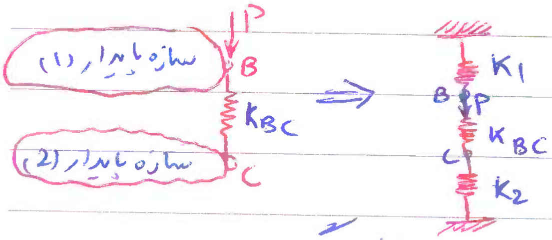
$$\boxed{F_{AB} = P \times \frac{K_{AB}}{\Sigma K_i}}$$

از این جواب هم لنگر در A را حساب کنیم

$$\boxed{M_A = F_{AB} \times L}$$



(3) در این حالت فنر با دو سازه به حالت موازی می‌شود و نیروی آن هم به نسبت سختی تقسیم می‌شود.



(4) در این حالت سازه 1 با فنر موازی است و سازه 2 با فنر سری است.

در این حالت سختی معادل بین K_2 و K_{BC} را از فرمول سری‌ها بدست می‌آوریم سپس معادل را با K_1 موازی در نظر می‌گیریم.

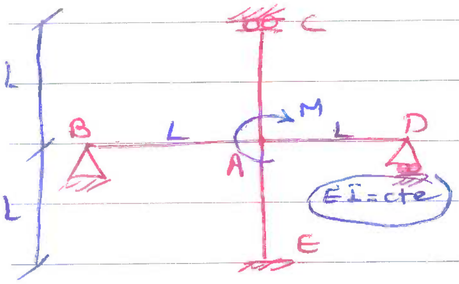
توجه: نیرو در K_{BC} و سازه 2 برابر است.

$$\frac{1}{K_e'} = \frac{1}{K_{BC}} + \frac{1}{K_2} \Rightarrow \boxed{K_e' = \frac{K_2 K_{BC}}{K_2 + K_{BC}}} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} F_1 &= P \times \frac{K_1}{K_e} \\ F_e' &= P \times \frac{K_e'}{K_e} \end{aligned}}$$

$$\boxed{K_e = K_1 + K_e'}$$

PONIX NOTE BOOK

مدلسازی با فنر دورانی:



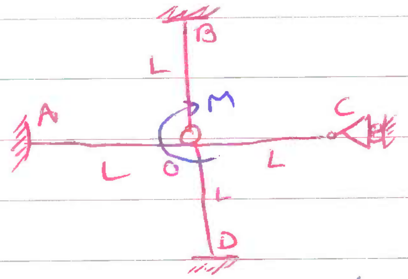
در این حالت چون θ چرخش در همه اعضا برابر است به شکل موازی به همه اعضا نگاه می‌کنیم. باید دقت کنیم که برای محاسبه سختی اعضا نقطه A را مفصلی فرض می‌کنیم

$$K_{AB} = \frac{3EI}{L},\quad K_{AC} = \frac{EI}{L},\quad K_{AD} = \frac{3EI}{L},\quad K_{AE} = \frac{4EI}{L}$$

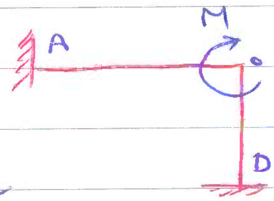
$$\Rightarrow \theta_A = \frac{M}{\Sigma K_i} = \frac{M}{K_{AB}+K_{AC}+K_{AD}+K_{AE}} = \frac{ML}{11E}$$

* لنگر در اعضا به نسبت سختی پخش می‌شود.

مسئله جالب:



$\Rightarrow$



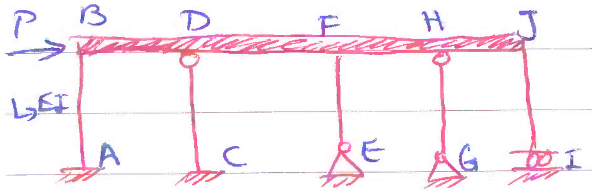
در شکل روبرو چون OB مفصل دارد هیچ لنگری را تحمل نمی‌کند.

عضو OC هم شبیه کنسول است و لنگری را تحمل نمی‌کند. پس شکل مثل بالا تبدیل می‌شود

$$K_{OA} = \frac{4EI}{L} = K_{OD} \Rightarrow M_{OA} = M \times \frac{K_{OA}}{K_{OA}+K_{OD}} = \frac{1}{2}M$$

$$M_A = \frac{1}{2} M_{OA} = \frac{M}{4}$$

توجه: اگر شکلی مثل شکل روبرو داشتیم همه به شکل فنر موازی هستند.



$$\Delta_B = \frac{P}{K_{AB}+K_{CD}+K_{EF}+K_{GH}+K_{IJ}}$$

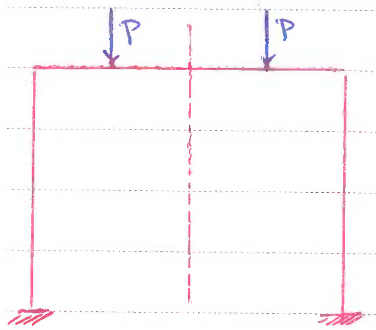
$$= \frac{P}{\frac{12EI}{L^3}+\frac{3EI}{L^3}+\frac{3EI}{L^3}+0+0} = \boxed{\frac{PL^3}{18EI}}$$

AB دو سر گیردار میشود ← CD یک سر مفصلی EF رها یک سر گیردار مفصل دار

Subject: Mostafa Rahimi
Year. Month. Date. ( )

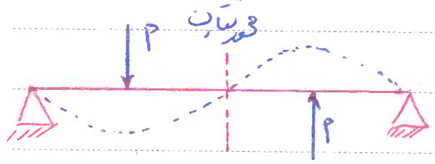
فصل یازدهم: تقارن در سازه‌ها؛

ما سه جور بارگذاری داریم:



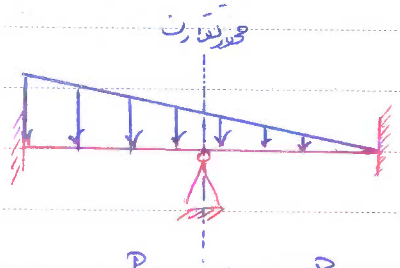
① بارگذاری متقارن (مستقیم):

اگر از وسط یعنی محور تقارن کاغذ را تا کنیم دقیقاً نیروها روی هم منطبق می‌شوند.



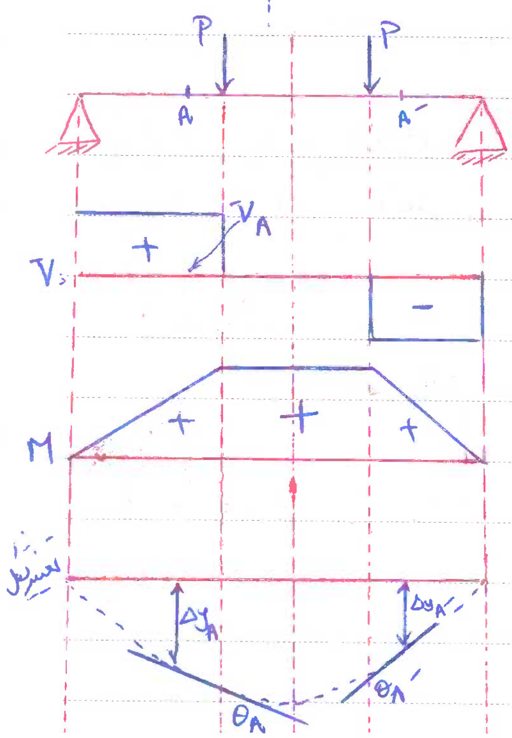
② بارگذاری پاد متقارن (معکوس):

اگر از محور تقارن کاغذ را تا کنیم بارها معکوس می‌شوند.



③ بارگذاری کلی:

اگر نه پاد متقارن باشد نه متقارن بارگذاری کلی است.



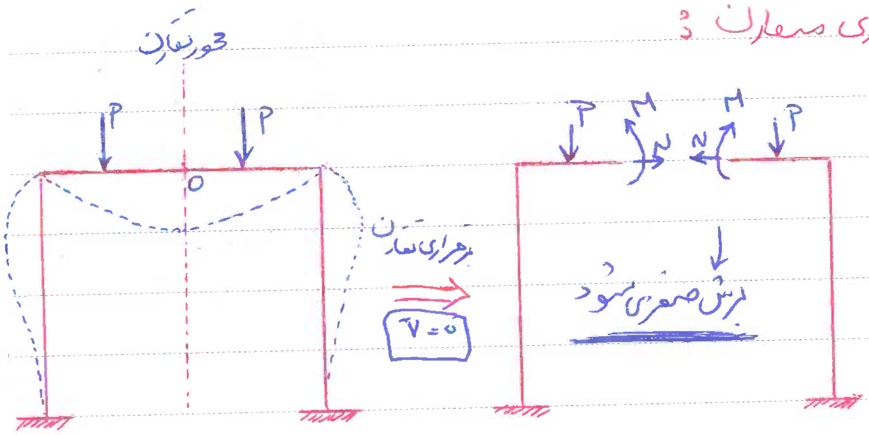
خواص بارگذاری متقارن:

وقتی سازه متقارن باشد و بارگذاری متقارن هم روش باشد ویژگی زیر را دارد:

$$V_A = -V_{A'}$$
$$M_A = M_{A'}$$
$$\Delta y_A = \Delta y_{A'}$$
$$\theta_A = -\theta_{A'}$$
$$N_A = N_{A'}$$
$$\Delta x_A = -\Delta x_{A'}$$

→ اگر جواب داشتیم

نکات مهم در مورد قاب با بارگذاری متقارن :



وقتی قاب چون تحت بارگذاری متقارن است روی محور تقارن حتماً برش صفر می‌شود

چون برش صفر است پس روی محور تقارن فقط نقطه جابجایی در راستای قائم داریم

پس → $\boxed{\text{Result}}$ →

$$\begin{cases} V_0 = 0 \\ \theta_0 = 0 \\ \Delta x_0 = 0 \\ M_0 \neq 0 ,\ N_0 \neq 0 ,\ \Delta y_0 \neq 0 \end{cases}$$

البته اگر دوران و تغییر مکان افقی تعریف شوند رابطه بالا برقرار است یعنی اگر در دو حالت زیر را داشته باشیم دیگر تغییرمکان افقی و دوران (θ) تعریف نمی‌شود

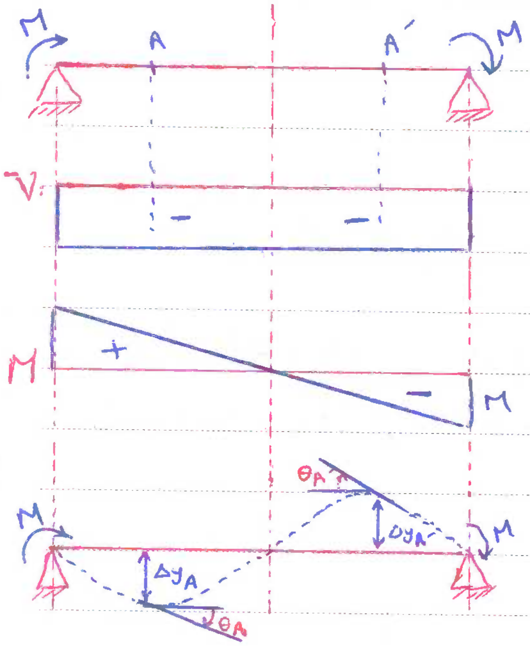
اگر بار متمرکز روی محور تقارن داشتیم

← V_0 تعریف نمی‌شود

اگر یک مفصل خمشی در روی محور تقارن داشتیم

← θ_0 (دوران) تعریف نمی‌شود

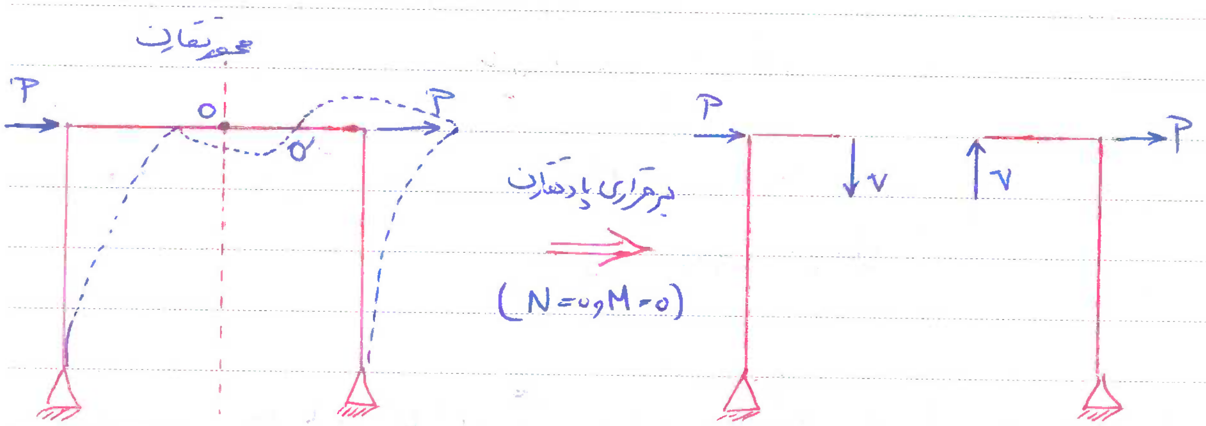
Subject:
Year. Month. Date. ( )



خواص سازه‌های پادمتقارن:

$$V_A = V_{A'}$$
$$M_A = -M_{A'}$$
$$\Delta y_A = -\Delta y_{A'}$$
$$\theta_A = \theta_{A'}$$
$$\left.\begin{aligned} N_A &= -N_{A'} \\ \Delta x_A &= \Delta x_{A'} \end{aligned}\right\} \rightarrow \text{اگر قاب داشتیم}$$

نکات مهم در مورد قاب با بارگذاری پادمتقارن:



وقتی قاب ساختمان تحت بارگذاری پادمتقارن است روی محور تقارن لنگر و نیروی محوری صفر است اما برش صفر نیست.

چون لنگر و نیروی محوری صفر است پس امکان جابه‌جایی در راستای نیروی محوری و همچنین امکان دوران وجود دارد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

دربارهٔ متقارن ⟹ $\boxed{\text{Results}}$ ⟶
$$\begin{cases} N_o = 0 \\ M_o = 0 \\ \Delta y_o = 0 \\ V_o \neq 0 \,,\; \theta_o \neq 0 \,,\; \Delta x_o \neq 0 \end{cases}$$

در این شرایط حتماً باید نیروی محوری و لنگر در نقطه o تعریف شده باشد تا روابط بالا برقرار باشد. اگر در شرط زیر باشد دیگر N_o و M_o تعریف نمی‌شود.

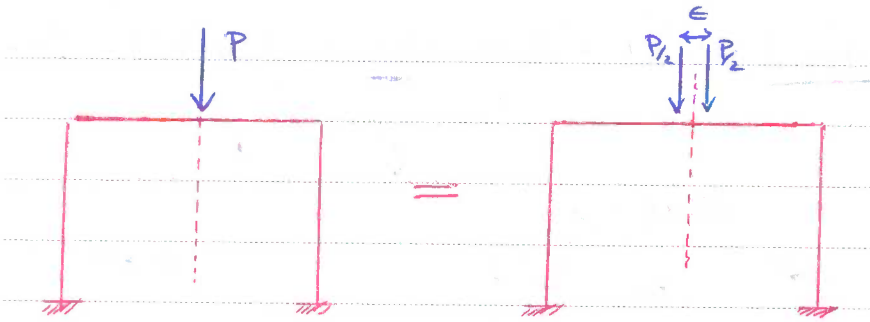
در محل تقاطع محور تقارن و سازه یک نیروی محوری عمود بر محور تقارن قرار گیرد
↳ N_o تعریف نمی‌شود

در محل تقاطع محور تقارن و سازه یک لنگر خمشی متمرکز قرار گیرد
↳ M_o تعریف نمی‌شود

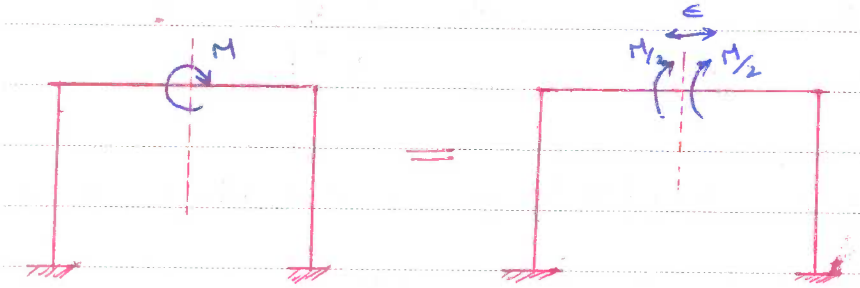
اگر بر روی محور تقارن مفصل برشی $\boxed{B}$ داشته باشیم
↳ Δy_o تعریف نمی‌شود

نکته و معما مهم: اگر عکس العمل تکیه‌گاه‌ها در سازه‌ی متقارنی تحت بارگذاری متقارن یا پادمتقارن تقارن یا پادتقارنی سازه را خراب کند لزوماً آن واکنش تکیه‌گاه‌ها صفر است

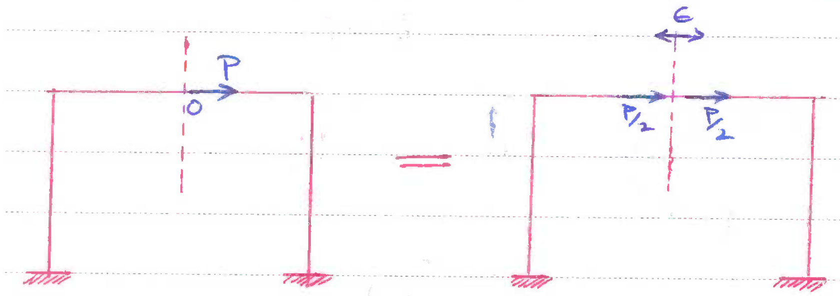
نکته واقعاً مهم :



پس اگر بار متمرکز بر روی محور تقارن داشتیم بارگذاری متقارن است

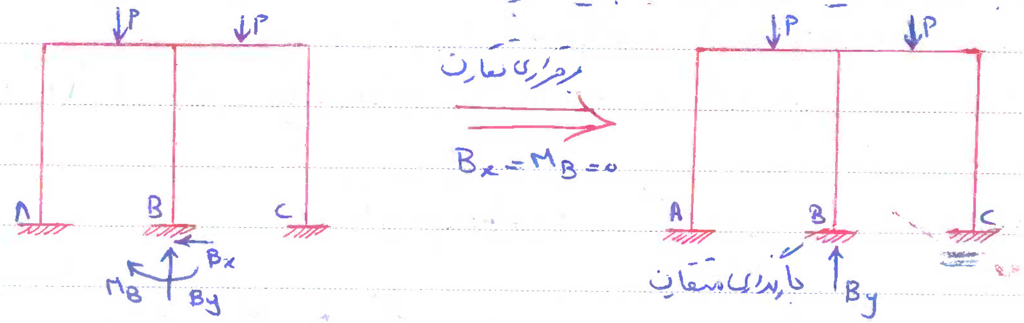


پس اگر لنگر متمرکز روی محور تقارن داشتیم بارگذاری پادمتقارن است



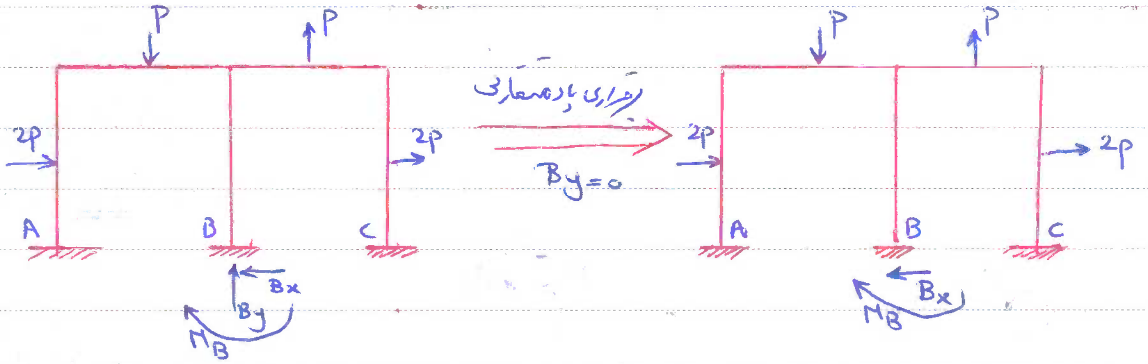
پس اگر نیروی متمرکز روی محور تقارن داشتیم بارگذاری پادمتقارن است

* با توجه به نکته بالا در سازه زیر B_x و M_B باید صفر باشند تا بارگذاری متقارن سازه برهم نخورد

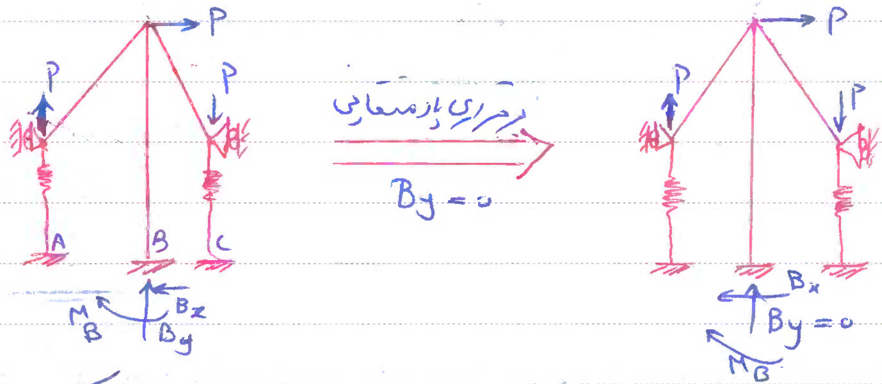


Subject:
Year. Month. Date. ( )

* با توجه به نکته 10 درسازه زیر B_y باید صفر باشد تا بارگذاری پادمتقارن برهم نخورد



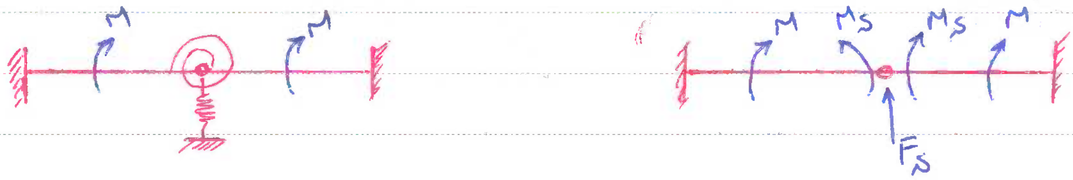
نکته تست: درسازه زیر دقت شود چون با P افقی وارد شده است بارگذاری پادمتقارن است



نکته مهم: اگر فنر داشتیم فنر را از سازه جدا می‌کنیم و اثر آن‌ها را بر سازه وارد می‌کنیم. دوباره مثل قبل اگر تقارن یا پادتقارن سازه را برهم زدند مقدار نیروی فنرها صفر است

به جای فنر انتقالی ← یک نیروی متمرکز

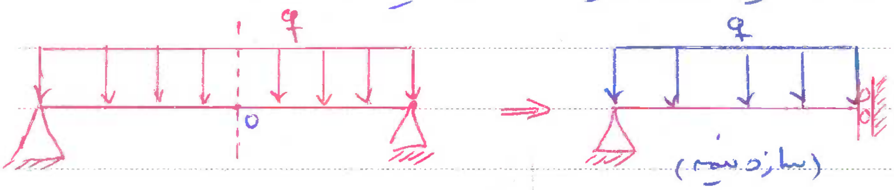
به جای فنر دورانی ← دو لنگر مختلف الجهت



درشکل بالا چون F_s و M_s پادتقارن را برهم زده اند ← $F_s = 0$ $M_s = 0$

یافتن سازه نیمه در سازه‌های متقارن با بارگذاری متقارن :

① اگر در محل محور تقارن عضوی نداشتیم ← تکیه‌گاه لغزنده گیردار

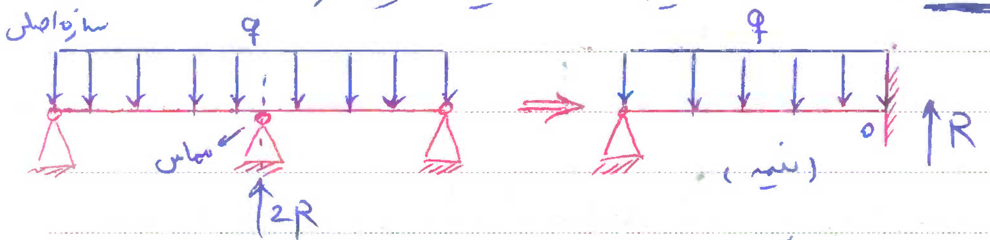


$V_o = 0$

$\theta_o = 0$

$\Delta x_o = 0$

② اگر تکیه‌گاه مفصلی مماس در محور تقارن داشتیم ← تکیه‌گاه گیردار



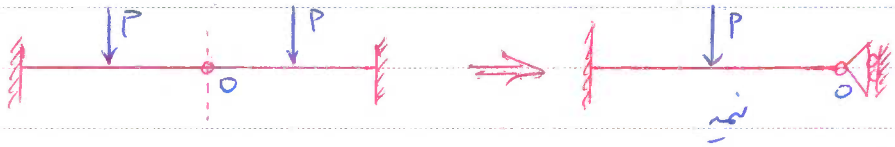
$\theta_o = 0$

$\Delta o_x = 0$

$\Delta o_y = 0$

اگر عکس العمل تکیه‌گاه o ، R شد عکس العمل آن در سازه اصلی 2R است

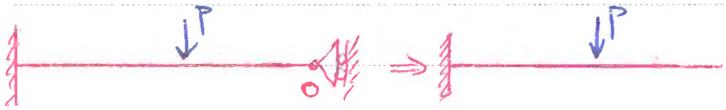
③ اگر روی محور تقارن مفصل خمشی داشتیم ← تکیه‌گاه غلطکی در راستای محور تقارن



$V_o = 0$

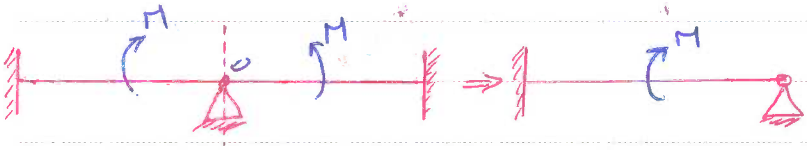
$M_o = 0$

$\Delta x_o = 0$



در تیرها نیروی محوری نداریم ← تکیه غلطکی حذف می‌شود

④ اگر روی محور تقارن تکیه‌گاه مفصلی داشتیم ← تکیه‌گاه مفصلی



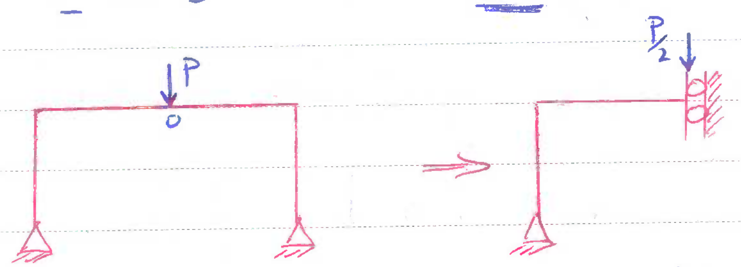
$M_o = 0$

$\Delta x_o = 0$

$\Delta y_o = 0$

چون عکس العمل تکیه‌گاه‌ها روی محور تقارن داریم ← برش روی محور تقارن تعریف می‌شود

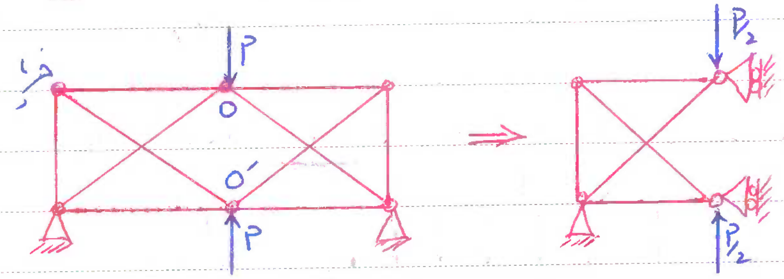
⑤ اگر بر روی محور تقارن بار متمرکز اثر کند ← نیمی از بار را روی سازه نیمه قرار می‌دهیم



$\theta_o = 0$

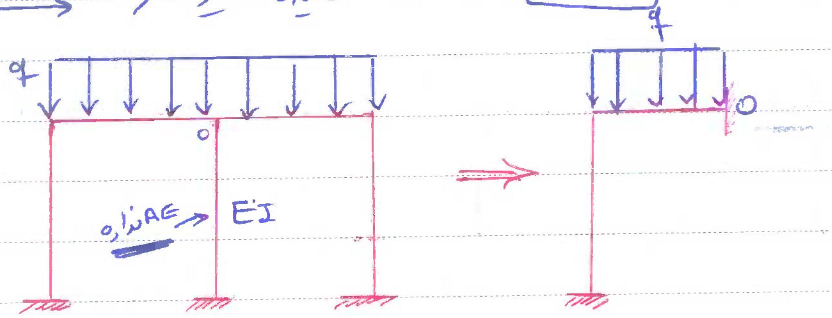
$\Delta x_o = 0$

$V_o =$ تعریف شده



⑥ اگر روی محور تقارن عضوی داشتیم که فاقد تغییر طول محوری بود (یعنی AE آن بی‌نهایت بود) → تکیه‌گاه گیردار

اگر AE روی عضو نوشته نشده باشد ← $\boxed{AE = \infty}$

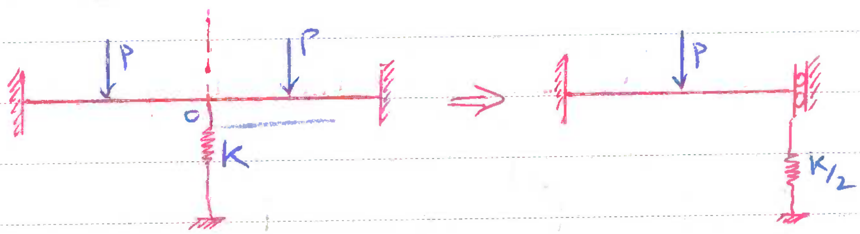


$\theta_o = 0$

$\Delta x_o = 0$

$\Delta y_o = 0$

⑦ اگر روی محور تقارن فنر انتقالی داشتیم ← سختی فنر را نصف می‌کنیم



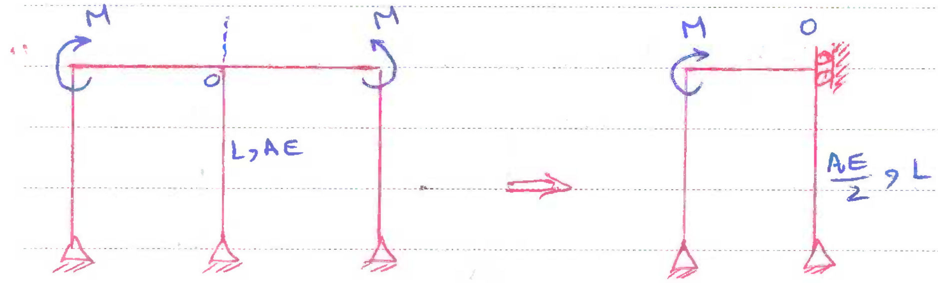
$\theta_o = 0$

$\Delta x_o = 0$

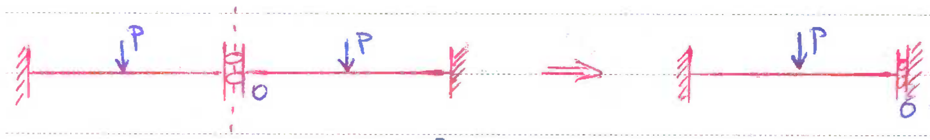
Subject: Mostafa Rahimi

Year. Month. Date. ( )

⑧ اگر روی محور تقارن عضو با تغییر طول محوری داشتیم (AE داشت) ← سختی عضو نصف شود



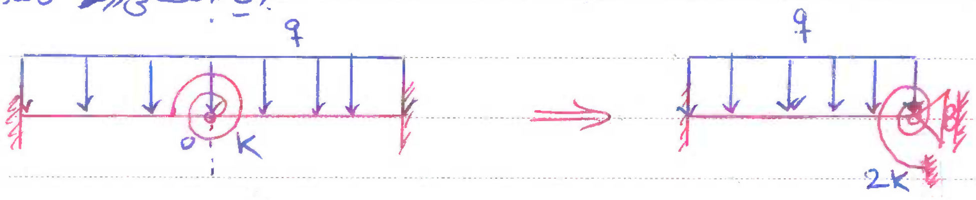
⑨ اگر روی محور تقارن مفصل برشی داشته باشیم ← تکیه‌گاه لغزنده بگیر



$$\begin{cases} \Delta x_0 = 0 \\ \theta_0 = 0 \\ V_0 = 0 \end{cases}$$

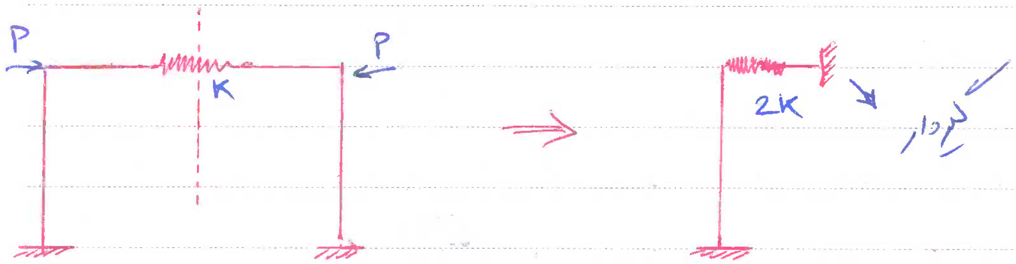
⑩ اگر روی محور تقارن هم مفصل خمشی و هم فنر دورانی داشتیم ← سختی فنر 2 برابر

تبدیل به غلطکی در راستای تقارن



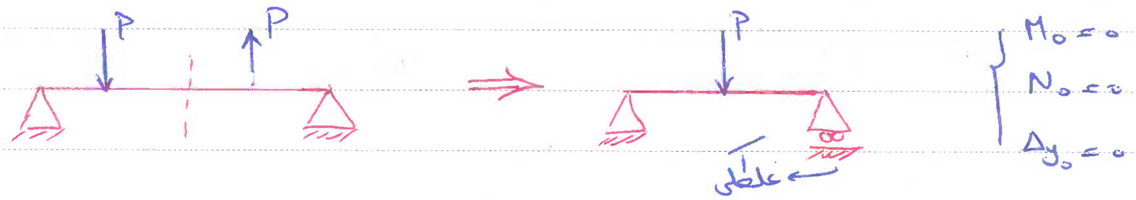
$$\begin{cases} \theta_0 = \text{تعریف نشده} \\ V_0 = 0 \\ \Delta x_0 = 0 \end{cases}$$

⑪ اگر عمود بر محور تقارن فنر انتقالی داشتیم ← سختی فنر دو برابر

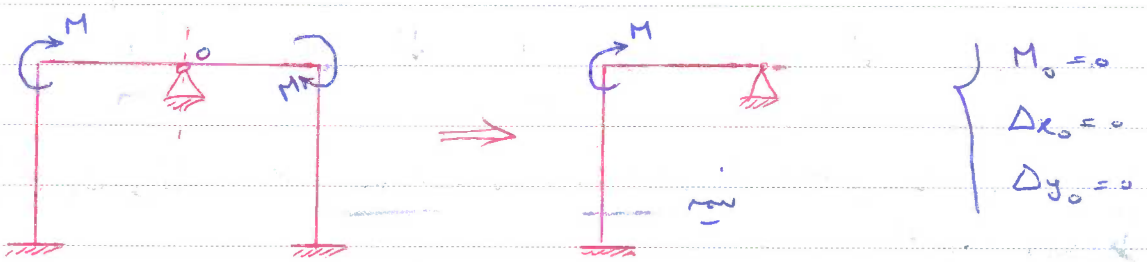


یافتن سازه نیمه در سازه‌های متقارن با بارگذاری پادمتقارن :

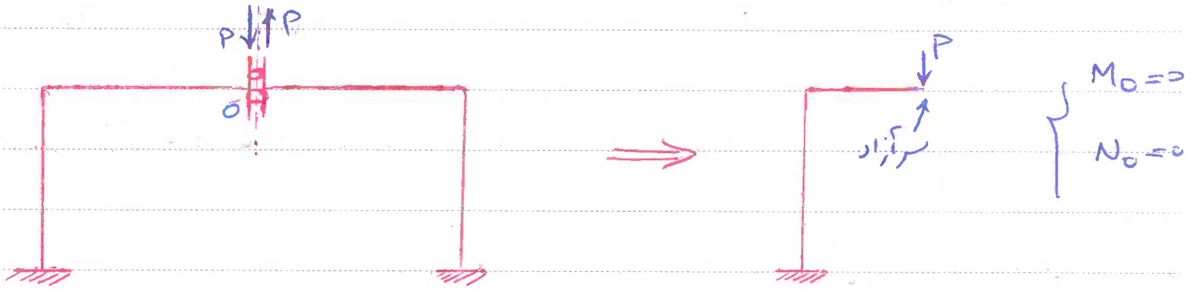
① اگر هیچ چیزی روی محور تقارن نباشد ← تکیه‌گاه غلطکی



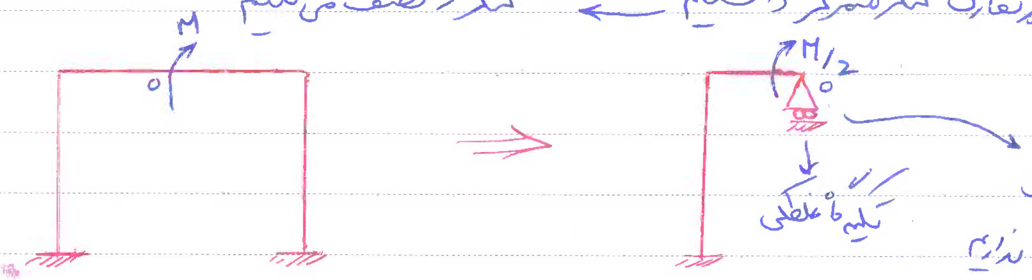
② اگر تکیه‌گاه مفصلی روی محور تقارن بود ← تکیه‌گاه مفصلی



③ اگر روی محور تقارن مفصل برشی بود ← آن سر را به سر آزاد تبدیل می‌کنیم



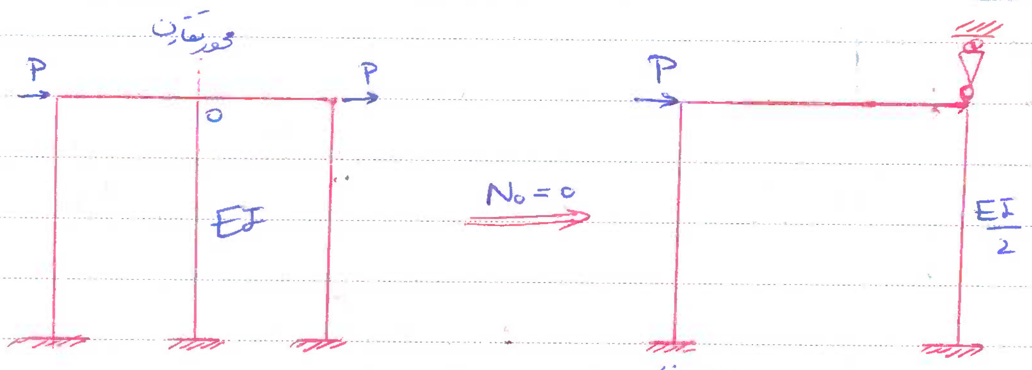
④ اگر روی محور تقارن لنگر متمرکز داشتیم ← لنگر را نصف می‌کنیم



تکیه‌گاه غلطکی چون
هیچ عضوی در وسط نداریم
باید گذاشته شود

Subject:
Year. Month. Date. ( )

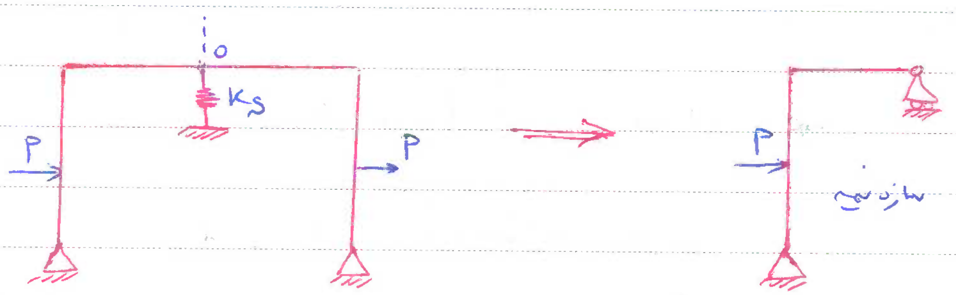
⑤ در روی محور تقارن یک عضو دارای EI وجود داشته باشد ← سختی عضو نصف شود



(عدم تغییر شکل محوری)

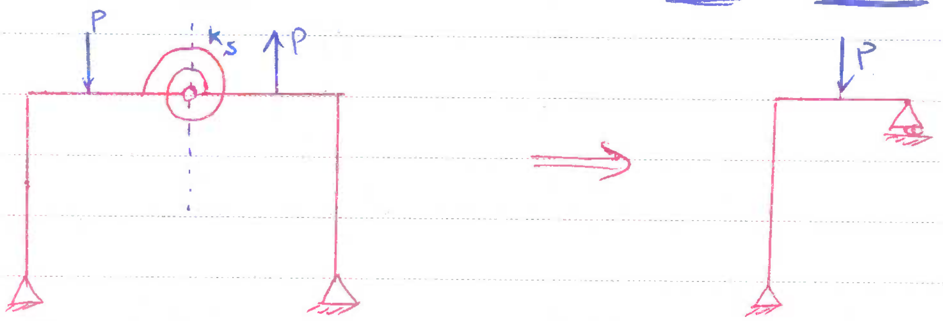
در این سازه چون در ستون نیروی محوری نداریم پس تکیه گاه غلطکی بالا می تواند حذف شود.

⑥ اگر روی محور تقارن یک فنر انتقالی موازی محور تقارن قرار گیرد ← فنر از سازه حذف می شود



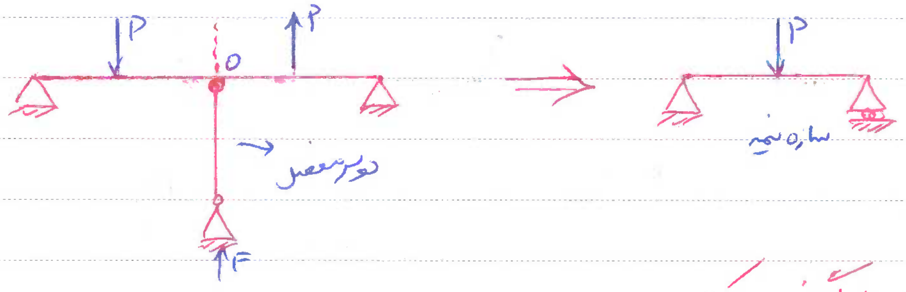
$$\left\{ \begin{array}{l} F_s = 0 \\ N_o = 0 \\ M_o = 0 \\ \Delta y_o = 0 \end{array} \right.$$

⑦ اگر روی محور تقارن یک مفصل خمشی + فنر دورانی قرار گیرد ← فنر از سازه حذف شود



$$\left\{ \begin{array}{l} M_s = 0 \\ N_o = 0 \\ \Delta y_o = 0 \end{array} \right.$$

8 اگر روی محور تقارن یک عضو دوسر مفصل قرار بگیرد ← آن را از سازه حذف می‌کنیم



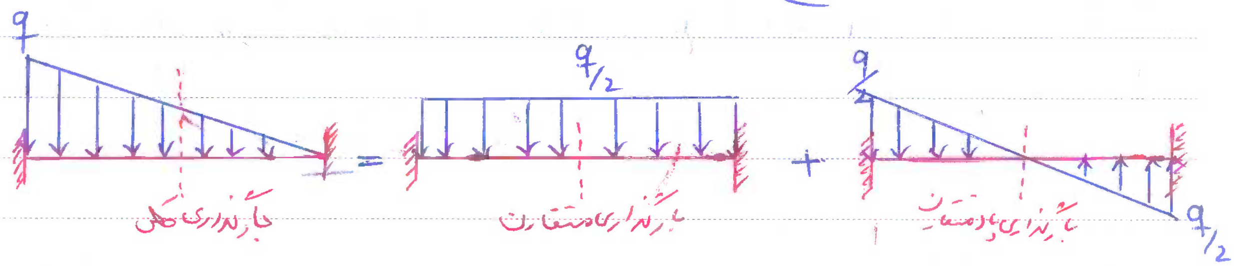
$F=0$

$N_o=0$

$M_o=0$

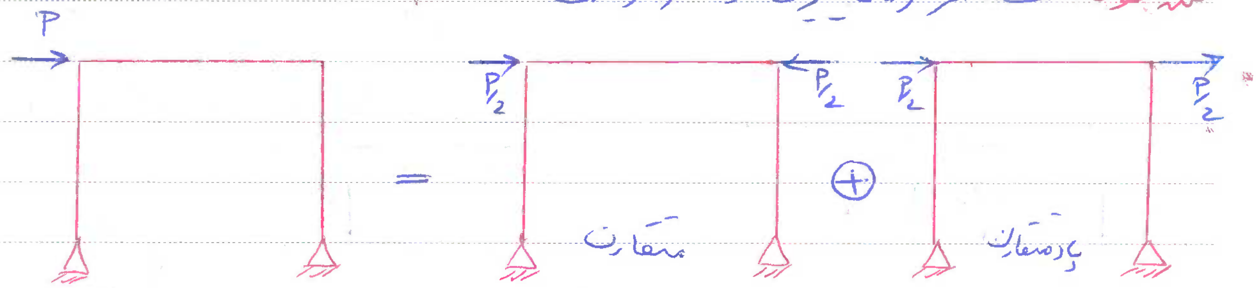
بررسی سازه‌های متقارن با بارگذاری کلی:

بارگذاری کلی را می‌توان به مجموع دو بارگذاری متقارن و پادمتقارن تبدیل کرد.



دقت شود بارها از q به $q/2$ تبدیل شده اند ✱

نکته سوال: که اگر از ما تغییرمکان وسط را خواست



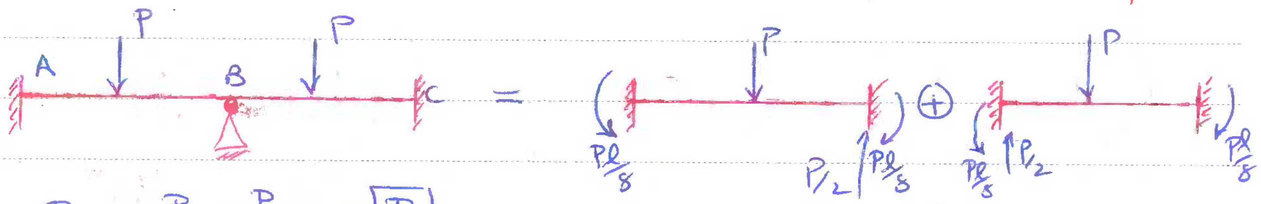
در سازه پادمتقارن که تغییرمکان وسط حتماً صفر است

در سازه متقارن هم چون نیرویی در وسط نداریم پس تغییرمکان وسط صفر است (می‌توانیم تبدیل به غلط کنیم)

پس در کل تغییرمکان وسط صفر است

Subject:
Year. Mouth. Date. ( )

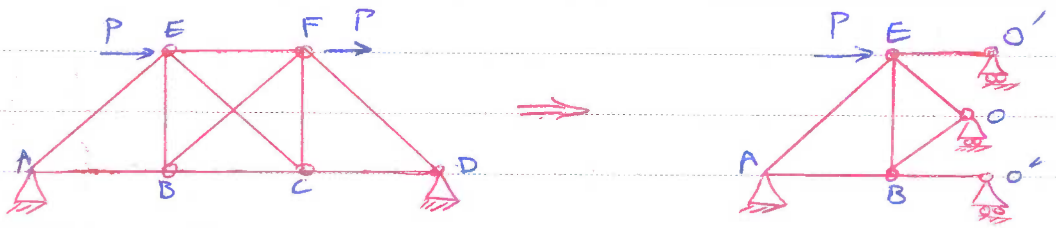
مثال مهم : عکس العمل قائم B ؟



$R_B = P/2 + P/2 = \boxed{P}$

دقت : در سازه متقارن با بارگذاری متقارن عکس العمل قائم تکیه گاه روی محور تقارن دو برابر سازه نیمه است

سوال جالب : سازه نیمه ی خرپای زیر ؟

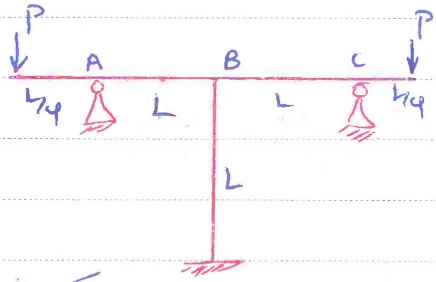


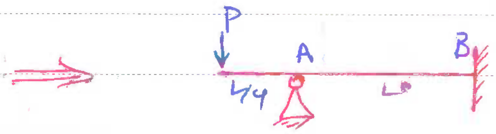
سوال خوب : دوران نقطه A ؟

$M(\theta) = P \times R\sin\theta$ بازای $\bar{M}(\theta) = 1 \Rightarrow \theta_A = \int \frac{M\bar{M}}{EI} R\,d\theta = \boxed{\int_0^{\pi/2} \frac{PR\sin\theta \, R\,d\theta}{EI}}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

سوال خوب: لنگر در نقطه B ؟





روابط مقطعی ⟶ $M_B = \frac{P\ell}{4} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{P\ell}{8}}$

دقت: لنگر در نقطه B از سازه‌ی نیمه با سازه اصلی برابر است و نیاز به دو برابر کردن نمی‌باشد

فصل شانزدهم: خط تأثیر:

خط تأثیر سازه های معین ← همواره خطی

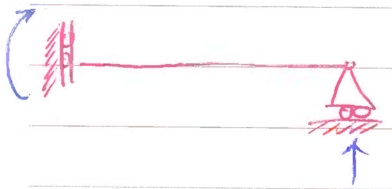
رسم خطوط تأثیر به روش مولر برسلاو:

(1) قید مورد نظر از سازه حذف شود

(2) تغییر شکل واحد معادل با قید حذف شده را در محل قید حذف شده بر سازه اعمال می کنیم و نمودار تغییر شکل سازه را پس از حذف قید رسم می کنیم

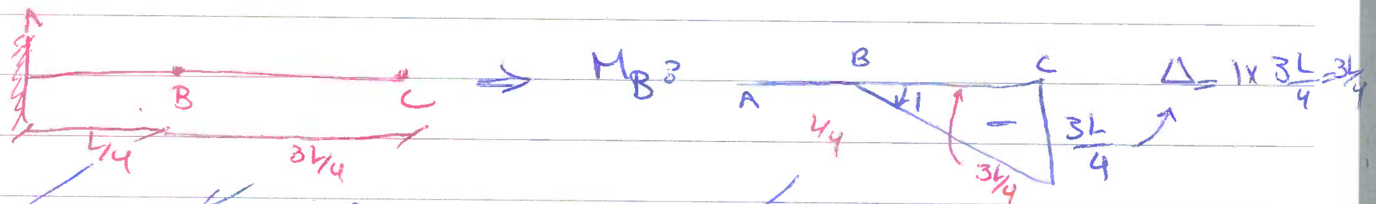
(3) تغییر شکل سازه همان خط تأثیر است.

نکته بسیار مهم: در سازه معین اگر پس از حذف قید، قسمتی از سازه با عکس العمل مناسب به زمین متصل بود، خط تأثیر آن قسمت صفر است. منظور از عکس العمل مناسب دو عکس العمل از نوع قائم یا دو عکس العمل از نوع لنگر و یک عکس العمل از نوع قائم است.

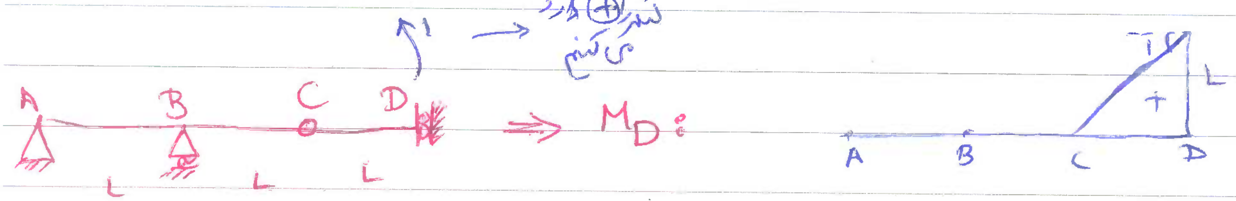


یعنی این شکل الان عکس العمل مناسب دارد

* وقتی خط تأثیر کشیدیم اعداد روی نمودار خط تأثیر را با دست به مثلثات به دست می آوریم.



* وقتی خواستیم خط تأثیر لنگر یک نقطه را بکشیم با زاویه واحد را حتماً در جهت مثبت (ساعتگرد) وارد می کنیم

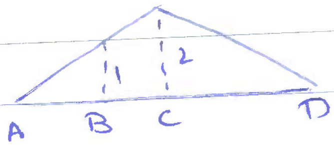


Subject:

Date: No:

* در جاهایی که مفصل خمشی داریم، خط تاثیر می شکند و در جاهایی که عضو پیوسته است، شکستگی نداریم.

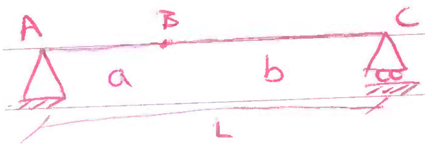
$\rightarrow B_y$:



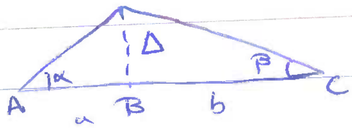
* در محل مفصل برشی، احتمال تغییر ارتفاع (پرش) وجود دارد و شیب خط تاثیر در طرفین مفصل برشی یکسان است. یعنی دو خط موازی با یکدیگر در طرفین مفصل برشی وجود دارد.

$\Rightarrow C_y$:

بدست آوردن خط تاثیر در یک نقطه از تیر:

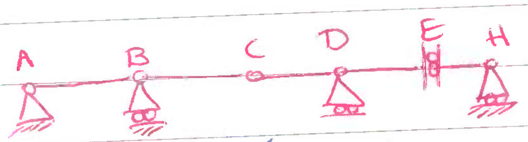


M_B:

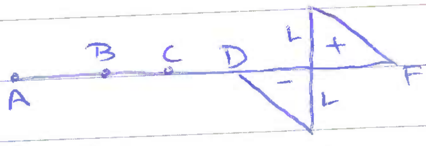


$$\alpha+\beta=1 \longrightarrow \frac{\Delta}{a}+\frac{\Delta}{b}=1 \Rightarrow \boxed{\Delta=\frac{ab}{L}}$$

حالت:

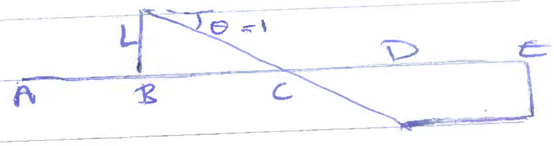


$\rightarrow M_D$:

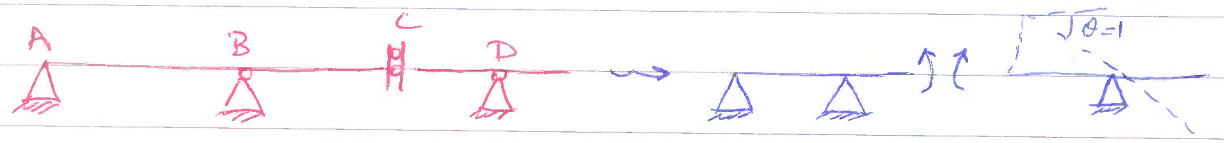


نکته مهم: اگر خواستیم خط تاثیر لنگر خمشی نقطه ای که مفصل (غلتکی) میانی است را رسم کنیم، همواره فقط یکی از طرفین به مقدار یک واحد دوران می کند. یعنی همواره تمام دوران واحد در یک طرف ظاهر می شود و طرف دیگر ثابت می ماند.

$\rightarrow M_B=$

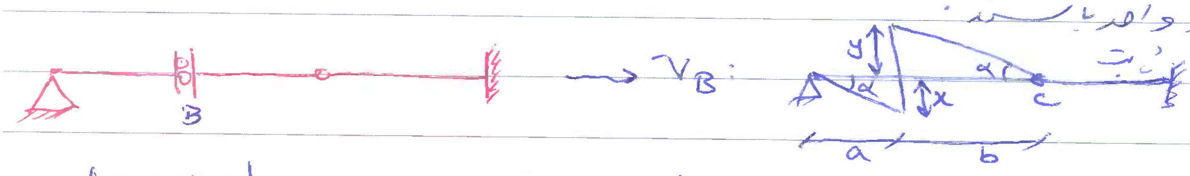


نکته: در خط تأثیر لنگر در مفصل برشی می‌توان تیر را از محل مفصل برشی جدا کرد و با اعمال دو لنگر، فقط یکی از طرفین به سمت بالا حرکت کرده و یک واحد نیز دوران می‌کند و طرف دیگر ثابت می‌ماند.



رسم خط تأثیر برش در یک نقطه:

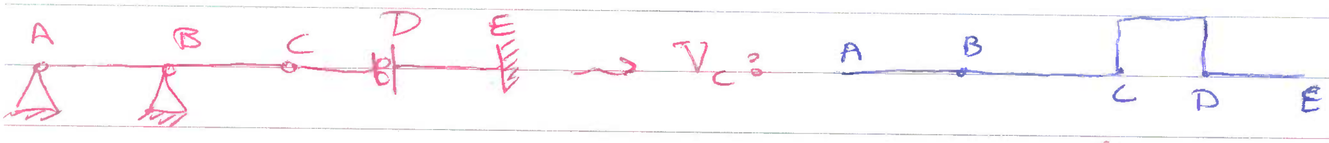
دو نیروی برشی فرضی در جهت مثبت (راست بالا، چپ پایین) اعمال می‌کنیم اما باید جابجایی نسبی این دو نیرو واحد باشند.



$$\begin{cases} x+y=1 \\ \frac{x}{a}=\frac{y}{b} \end{cases} \Rightarrow x=\frac{a}{L} \ , \ y=\frac{b}{L}$$

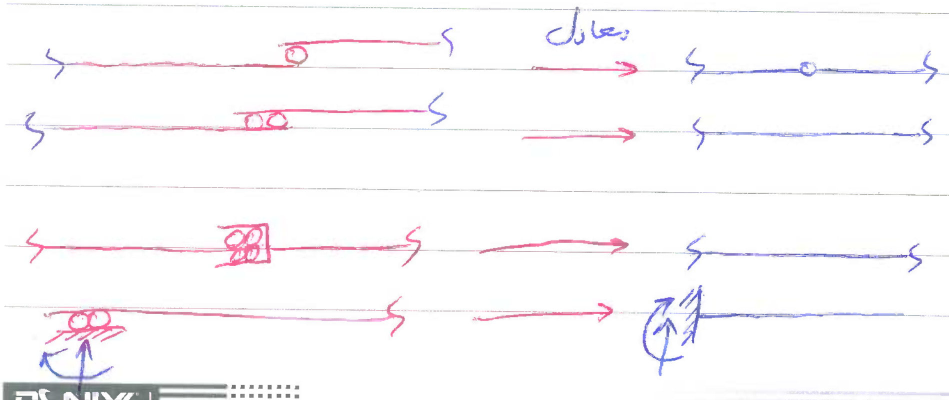
رسم خط تأثیر برش در مفصل برشی:

چون لنگر در مفصل برشی نداریم پس از جابجایی تیر، همواره فقط یکی از طرفین به مقدار واحد به سمت بالا حرکت می‌کند و طرف دیگر ثابت می‌ماند.



نکات واقعاً مهم:

برای ساده‌سازی اتصال غلتک داخلی را با اتصال مفصل جایگزین می‌کنیم. تکیه گاه غلتکی هم با گیردار جایگزین می‌کنیم.

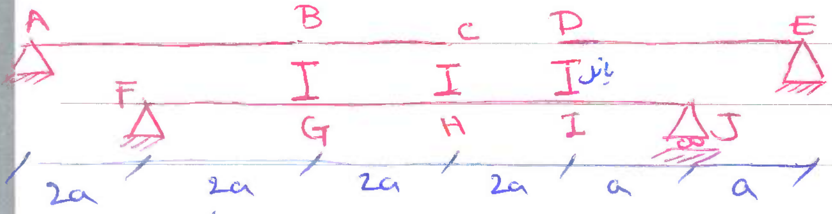


Subject:

Date: . . No:

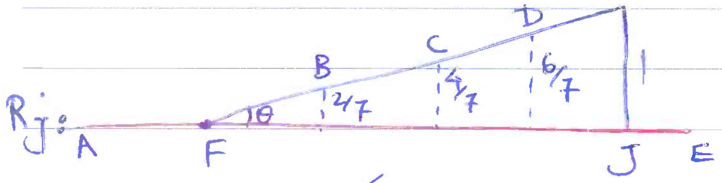
* دقت اگر فنر داشتیم، سختی آن را به بی‌نهایت میل می‌دهیم.

رسم خطوط تأثیر در تیرهای پانل دار:

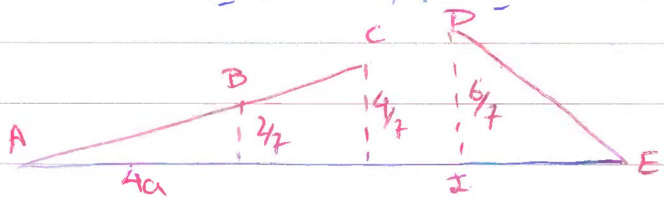


① ابتدا خط تأثیر تیری که پانل روشه را می‌کشیم. (صورت سؤال بهمون می‌گه که باید خط تأثیر کدوم نقطه رو بکشیم)

② بر اساس اندازه‌ها و طول‌های بین پانل‌ها و تکیه‌گاه‌ها روی خط تأثیر کشیده شده مقادیر اندازه‌های پانل‌ها را جدا می‌کنیم.



③ حال نقاطی که از پانل‌ها روی خط تأثیر جدا کرده‌ایم را به هم وصل می‌کنیم.



* چون پانل در HI حرکت نمی‌کند پس در نمودار خط تأثیر مقدارش صفر است.

Subject:

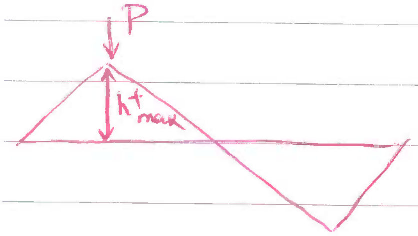
Date: . . No:

کاربرد خط تاثیر:

وقتی یک کامیون از روی یک پل رد می‌شه.

① عبور بار متمرکز:

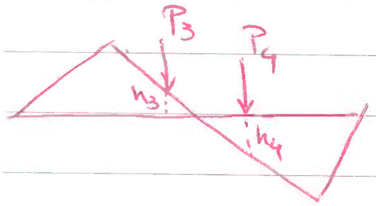
اگر بار متمرکز از روی یک تیر رد می‌شود و می‌خواهیم بیشترین لنگر + یا - را روی تیر پیدا کنیم، ابتدا خط تاثیر کمیت مورد نظر سوال را می‌کشیم سپس هر جا که نمودار خط تاثیر max بوده، بار متمرکز را قرار می‌دهیم و در ارتفاع خط تاثیر آن را ضرب می‌کنیم.



→ حداکثر قید در حالت مثبت $= P \cdot h^+_{max}$

منفی " " " $= P \cdot h^-_{max}$

اگر دوتا بار متمرکز رد می‌شود:

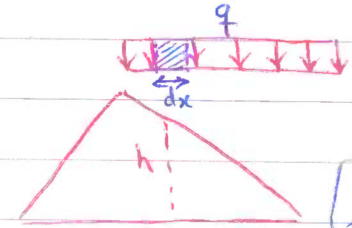


→ مقدار قید $= P_3 \overset{\text{مثبت}}{h_3} + P_4 \overset{\text{منفی}}{h_4}$

② عبور بار گسترده یکنواخت با طول محدود:

در این حالت ابتدا خط تاثیر قید را رسم می‌کنیم سپس بار گسترده را در قسمتی از تیر قرار می‌دهیم که حداکثر مساحت زیر نمودار خط تاثیر بدست آید.

سپس با ضرب حداکثر مساحت در بار گسترده مقدار حداکثر قید را بدست می‌آوریم.



max قید $= \int h \times q\,dx$

$\boxed{\text{حداکثر مقدار قید} = q \times \text{حداکثر مساحت زیر نمودار خط تاثیر}}$

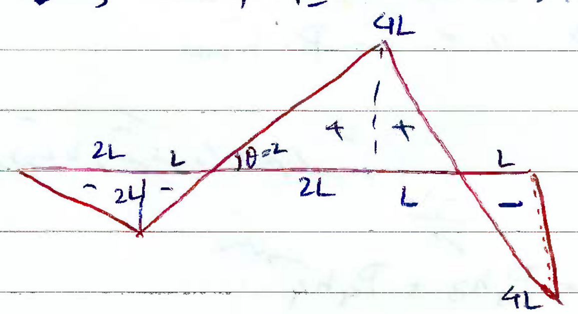
Subject:

Date: No:

نکته: اگر خط تاثیر قید، چند تکه + و چند تکه − داشت باید برای هر کدوم شون مقدار حداکثر قید رو به دست بیاریم و بار گسترده را روی آن ها قرار دهیم و در آخر max آن ها را به عنوان حداکثر قید در نظر بگیریم.

③ بار گسترده یکنواخت زنده:

ابتدا خط تاثیر قید را رسم کرده و سپس بارهای گسترده را یک بار در طول های مثبت و بار دیگر در طول های منفی قرار می دهیم و در هر حالت از بارگذاری مقدار قید را حساب کرده تا حداکثر قید به دست آید. دقت شود هنگامی که بار گسترده به صورت زنده با طول متغیر تعریف می شود، می توان هر طول دلخواهی از بار را انتخاب نمود و در روی تیر حتی به صورت پراکنده قرار داد. اگر بار گسترده مرده داشتیم تمام مثبت ها و منفی را در نظر می گیریم



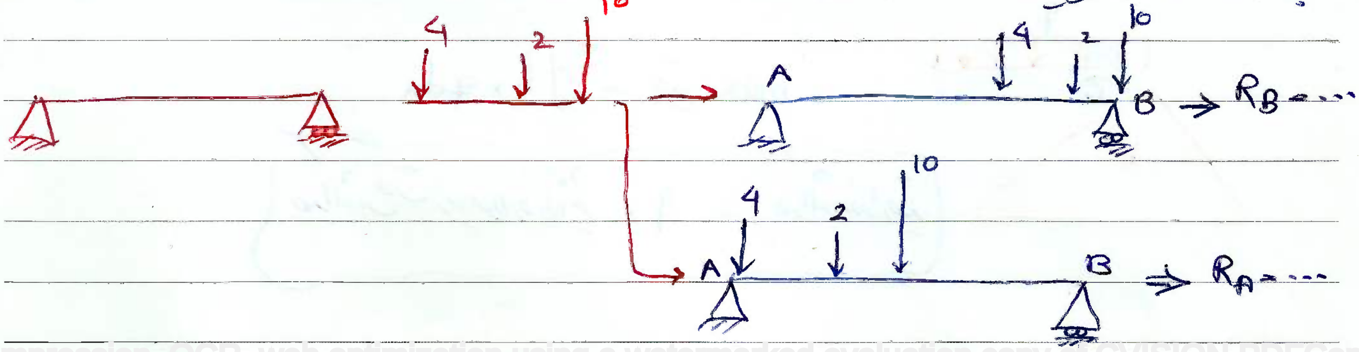
$$\begin{cases} S^{+}_{max} = \dfrac{4L\times 3L}{2} = 6L^2 \\ S^{-}_{max} = \dfrac{-2L\times 3L}{2} + \dfrac{-4L\times L}{2} = -5L^2 \end{cases}$$

پراکنده

$$\Rightarrow \boxed{S_{max} = 6L^2}$$

④ حداکثر برش در تیر دو سر مفصل در اثر عبور n بار متحرک:

در این حالت بارگذاری ها را یک بار منتهی الیه سمت راست و یک بار منتهی الیه سمت چپ قرار می دهیم و برای هر دو حالت حداکثر برش (که همان تکیه گاه زیر بارها است) به دست می آوریم و max برش را در نظر می گیریم.



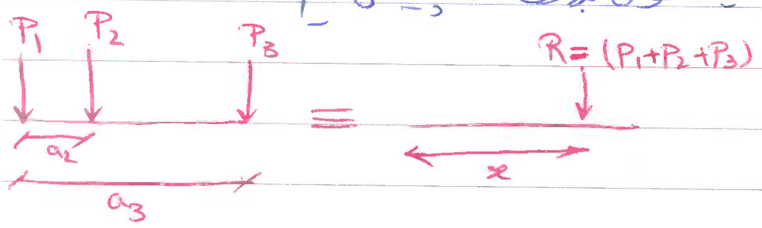
$$V_{max} = max(R_A, R_B) = \dots$$

Subject:
Date: No:

۵) محاسبه حداکثر لنگر خمشی در یک تیر دو سر مفصل ناشی از عبور n بار متحرک ؟

۱) ابتدا برآیند بارهایی که سوال بهمون داده رو حساب می کنیم .

۲) محل قرارگیری بار برآیند را با توجه به بارهایی که سوال بهمون داده پیدا می کنیم :



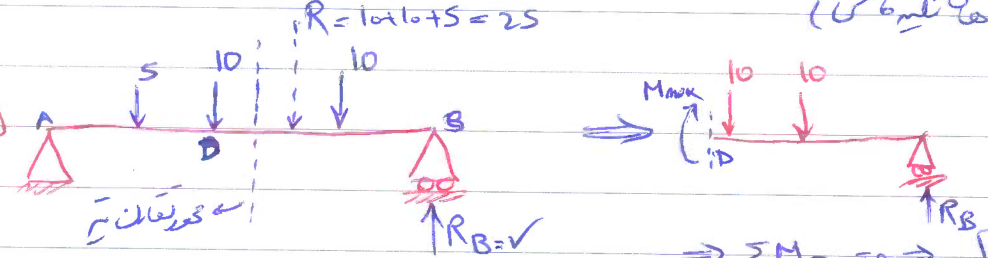
$$\boxed{x=\frac{P_1\times 0+P_2\times a_2+P_3\times a_3}{P_1+P_2+P_3}}$$

۳) حال این بارها + برآیند را طوری روی تیر قرار می دهیم که محور تقارن تیر فاصله بین نیروی برآیند و نزدیکترین بار به برآیند را نصف کند .

۴) پس از یافتن عکس العمل های تکیه گاهی ، لنگر حداکثر در تیر در زیر نزدیکترین بار به برآیند بارها رخ می دهد

۵) حال از نزدیکترین بار به برآیند بارها ، یک برش می زنیم و M_{max} را پیدا می کنیم . (با ممان گیری حول یکی از عکس العمل های تکیه گاهی)

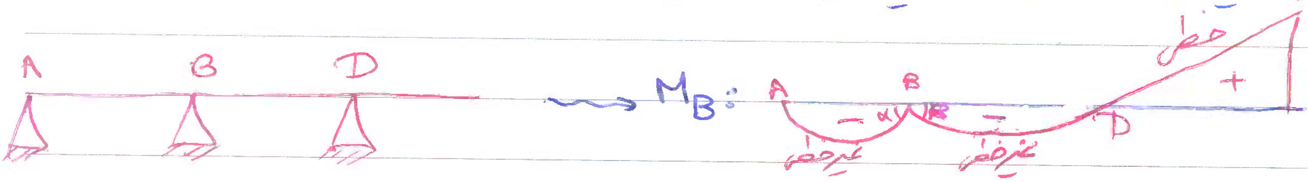
EXP



$\Rightarrow \Sigma M_D=0 \Rightarrow \boxed{M_{max}=\dots}$

خط تاثیر تیرهای نامعین :

در نامعین ها ، در قسمت معین تیر ، خط تاثیر خطی و در قسمت نامعین تیر منحنی است .

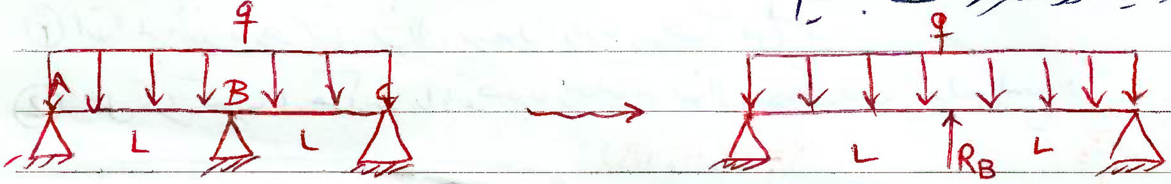


$(\alpha+\beta)=1$

Subject:

Date: No:

نکته: برای یافتن سطح زیر منحنی خط تاثیر ساده تر است که بار گسترده را در طول مورد نظر قرار داده و مقدار قید مورد نظر را حساب کنیم.



$$\Delta_B = 0 \Rightarrow \Delta_B = \frac{5q(2L)^4}{384EI} - \frac{R_B(2L)^3}{48EI} = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = \frac{5qL}{4}}$$

$$R_B = q \times S_{\text{خط تاثیر}} \Rightarrow \frac{5qL}{4} = q \times S_{\text{خط تاثیر}} \Rightarrow \boxed{S_{\text{خط تاثیر}} = \frac{5L}{4}}$$

لازم می دانم از جناب آقای مهندس غفاری بابت اسکن خلاصه این درس تشکر ویژه و صمیمانه داشته باشم

اگر این جزوه نقشی در موفقیت شما در کنکور کارشناسی ارشد و دکتری داشت،

لطفا ما را از دعای خیر خود بی نصیب نگذارید.

با تشکر

مصطفی رحیمی

nce.rahimi@yahoo.com